

طرق تعليم الرياضيات وتاريخ تطورها

الدكتورة
فاطمة عبد السلام أبو الحديد
عضو هيئة التدريس
جامعة بورسعيد - مصر
جامعة الحدود الشمالية - السعودية



www.darsafa.net

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ وَقُلِ اعْمَلُوا فَسَيَرَى اللَّهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ وَالْمُؤْمِنُونَ وَسَتُرَدُّونَ إِلَى عَالِمِ الْغَيْبِ وَالشَّهَادَةِ فَيُنَبِّئُكُمْ بِمَا كُنْتُمْ تَعْمَلُونَ ﴾

صدق الله العظيم

طرق تعليم الرياضيات

وتاريخ تطورها

طرق تعليم الرياضيات
وتاريخ تطورها

الدكتوره

فاطمة عبد السلام أبو الحديد

أستاذ مساعد المناهج وطرق تدريس الرياضيات

مشرفة شئون الطالبات بعرعر- جامعة الحدود الشمالية

مشرفة قسم المناهج وطرق التدريس بكلية التربية والآداب للبنات بعرعر

الطبعة الأولى

2013م- 1434هـ



دار صفاء للنشر والتوزيع ـ عمان

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية (1627/ 5/ 2012)

371.2
أبو الحديد، فاطمة عبد السلام
طرق تعليم الرياضيات وتاريخ تطورها/ فاطمة عبد السلام أبو الحديد.ـ
عمان: دار صفاء للنشر والتوزيع 2012
( ) ص
ر. أ: 2012/5/1627
الواصفات: طرق التعلم// اساليب التدريس/ الرياضيات/
❖ يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية أو أي جهة حكومة أخرى

الطبعة الأولى

2013م- 1434هـ



دار صفاء للنشر والتوزيع
عمان ـ شارع الملك حسين ـ مجمع الفحيص التجاري ـ تلفاكس 4612190 6 962+
هاتف: 4611169 6 962+ ص. ب 922762 عمان ـ 11192 الأردن
DAR SAFA Publishing - Distributing
Telefax: +962 6 4612190 -Tel: + 962 6 4611169
P.O.Box: 922762 Amman 11192- Jordan
http://www.darsafa.net
E-mail:safa@darsafa.net
ISBN 978-9957-24 -837-6 ردمك

الأهداء

إلى ابنائي طلاب وطالبات كليات التربية

إلى معلمي وموجهي الرياضيات

إلى كل مهتم بمحال تعليم الرياضيات

الدكتورة

فاطمة عبدالسلام أبو الحديد

قائمة محتويات الجزء الأول

الفصل الأول
أهداف تدريس الرياضيات

الفصل الثاني
التخطيط لتدريس الرياضيات

الفصل الثالث

طرق واستراتيجيات تعليم وتعلم الرياضيات

الفصل الرابع

تقويم تعليم الرياضيات

الجزء الأول

طرق تدريس الرياضيات

الجزء الأول
طرق تدريس الرياضيات

مقدمة الجزء الأول

يسعدني أن أقدم هذا الجهد المتواضع في مجال تعليم وتعلم الرياضيات للطلاب المعلمين بكلية التربية في منظومة رباعية تتكامل مع بعضها البعض لتقدم طرقاً للتعليم من أجل التعلم.

وإني لآمل أن يلبي هذا الكتاب حاجة جميع المهتمين بتعليم الرياضيات في الميدان من طلاب ومعلمين وموجهين.

ويركز الكتاب على الإجابة على أربعة أسئلة أساسية من خلال فصوله الأربعة وهي:

١- لماذا ندرس الرياضيات؟ ويجيب عن هذا السؤال الفصل الأول ويتناول أهداف تعليم الرياضيات من حيث مفهومها، ومجالاتها، ومستوياتها، وكيفية صياغتها.

٢- كيف نخطط لتدريس الرياضيات؟ ويجيب عن هذا السؤال الفصل الثاني الذي يعرض كيفية التخطيط لتدريس الرياضيات من خلال عرض مفهوم التخطيط، ومستوياته، وأهميته، ومكوناته، ونموذج لتخطيط درس في الرياضيات.

٣- كيف ندرس الرياضيات؟ ويجيب عنه الفصل الثالث ويتناول مفهوم طريقة التدريس، معايير طريقة التدريس الناجحة، ويقدم مجموعة من طرق التدريس والاستراتيجيات التي يمكن استخدامها في تدريس الرياضيات.

٤- كيف نقوم نواتج التعلم في الرياضيات؟ ويجيب عنه الفصل الرابع حيث يتناول مفهوم التقويم، وأساليبه، ووسائله، وكيفية بناء الاختبارات التحصيلية وأنواع الأسئلة.

وأتمنى أن أكون قد وفقت في تقديم عمل نافع ومفيد يسهم في إعداد معلم المستقبل.

والله ولي التوفيق

الدكتورة

فاطمة عبدالسلام أبو الحديد

قائمة محتويات الجزء الأول

الفصل الأول
أهداف تدريس الرياضيات

* مقدمة.
* أهمية تحديد الأهداف.
* مصادر اشتقاق الأهداف.
* صياغة أهداف تعليم الرياضيات.
* مجالات أهداف تعليم الرياضيات.
* الأهداف العامة لتعليم الرياضيات.

الفصل الأول
أهداف تدريس الرياضيات

مقدمة:

إن عملية تحديد الأهداف الرئيسية هي نقطة البداية في بناء منهج الرياضيات وتطويره، حيث أن الأهداف تشكل الأساس الذي يبنى عليه محتوى المنهج وتتحدد في ضوئها طرق التدريس والأنشطة والوسائل التعليمية.

لذلك يجب وضع أهداف تدريس لمادة الرياضيات حتى يتمكن المعلم من الاسترشاد بها أثناء عمله داخل حجرة الدراسة وأثناء ما يقوم به مع التلاميذ من أنشطة خارج حجرة الدراسة.

لذلك يجب تحديد الأهداف تحديداً جيداً قبل بداية تصميم المقرر الدراسي، لما لها من أهمية كبيرة لكل من واضع المنهج، وللمدرس، وللتلميذ، وسوف يتضح ذلك فيما يلي:

أولاً: أهمية تحديد الأهداف

١- بالنسبة لواضع المنهج

١- توجيه العملية التربوية توجيهاً سليماً من حيث القرارات التي تتخذ بشأن بناء المنهج مثل اختيار المجالات التي يجب أن يغطيها المنهج ومنها ما يتعلق بالخطط الدراسية وغيرها.

٢- اختيار محتوى منهج الرياضيات من المجالات الواسعة لعلم الرياضيات، فلكل مرحلة تعليمية يتم اختيار المحتوى والخبرات التعليمية المناسبة في ضوء

الأهداف المحددة مسبقاً لتلك المرحلة، وذلك لتحقيق مستوى أفضل لتحصيل التلاميذ.

٣- تحديد الأهداف بوضوح يساعد واضع المنهج على اقتراح الطرق المناسبة لتدريس محتوى المنهج، وتحديد الوسائل والأنشطة التعليمية التي تيسر تعلم التلاميذ لمادة الرياضيات.

٤- تحديد الأهداف يساعد واضع المنهج على تحديد المستوى المطلوب لمخرجات الموقف التعليمي إذ أن تحقيق الأهداف فحسب لا يكفي بل يجب أن يصل التلميذ لمستوى معين لتحقيق الأهداف.

٥- يساعد تحقيق الأهداف على وضع الأساس السليم لعملية التقويم، وذلك لأن تقويم التلميذ يتحدد في ضوء ما وصل إليه من تقدم في اكتساب المعلومات والمهارات الرياضية، والاتجاهات الموجبة نحو مادة الرياضيات وذلك في ضوء الأهداف المحددة.

٢- أهمية تحديد الأهداف بالنسبة لمعلم الرياضيات

١- إن تحديد الأهداف بوضوح يساعد المعلم على اختيار طرق التدريس المناسبة التي يمكن اعتبارها وسائل مباشرة لتحقيق الأهداف الموضوعة، وبدون تحديد الأهداف يصبح المعلم غير قادر على اختيار أنسب الطرق التي تساعد على عرض المادة الدراسية بأسلوب ذي فاعلية من جهة، وتحقيق الأهداف الموضوعة من جهة أخرى.

٢- تحديد الأهداف بوضوح يساعد معلم الرياضيات على اختيار الوسائل التعليمية والأنشطة المناسبة والتي من شأنها مساعدة التلاميذ على تعلم مادة الرياضيات وتجعلهم في حالة إيجابية أثناء تعلمهم.

٣- تحديد الأهداف بوضوح يساعد مدرس الرياضيات على اختيار أساليب التقويم ووسائله التي تقيس مدى تحقيق التلميذ للأهداف الموضوعة، فاختيار الأسلوب والوسيلة المناسبة للتقويم يمكن أن يتم بدقة في ضوء أهداف محددة مسبقاً.

٣- أهمية تحقيق الأهداف بالنسبة للمتعلم

١- إن تحديد ومعرفة الأهداف هامة جداً بالنسبة للمتعلم لأنها تجعله على وعي ودراية تامة بالأداء المطلوب منه والمستوى الذي يجب أن يصل إليه في هذا الأداء.

٢- من خلال تحديد الأهداف يستطيع المتعلم أن يقوم نفسه، حيث أن الأهداف المحددة تحديداً واضحاً تعطي التلميذ محكاً يحكم على مدى تقدمه وما أنجز من أهداف.

وبعد أن استعرضنا عزيزي الطالب المعلم لأهمية تحديد الأهداف لكل من واضعي المناهج والمعلم والتلميذ، لا بد وأن نسأل أنفسنا السؤال التالي:

ما هو الهدف التربوي؟ وكيف يمكن تحقيقه؟

الهدف التربوي هو غاية ترمي التربية إلى تحقيقها نتيجة التعليم، وبمعنى آخر هو عبارة أو جملة تصف السلوك الذي يكتسبه التلميذ نتيجة عملية التدريس.

ويتحقق الهدف التربوي عندما يحدث تغيراً في سلوك التلميذ يرتقي به إلى الأفضل نتيجة لعملية التعلم.

ثانياً: مستويات الأهداف التربوية

يمكن تقسيم الأهداف التربوية وفقاً لدرجة عموميتها أو مستوى تحديدها إلى:

أ- الغايات Aims

وهي الأهداف العامة للتربية التي يستغرق تحقيقها فترة زمنية طويلة، وهي تهدف إلى أهداف المجتمع التي ترمي إلى تكوين المواطن الصالح المتزن نفسياً وجسمياً وعقلياً والمتوافق مع مجتمعه علمياً واجتماعياً واقتصادياً. مثال: إعداد المواطن الصالح لنفسه ولوطنه.

ب- المقاصد التعليمية العامة Educational Goals

وهي أهداف أقل عمومية من الغايات، فهي تشتق من الغايات (الأهداف العامة للتربية).

وتتحقق عن طريق عملية تربوية كاملة كأهداف مرحلة تعليمية معينة، أو أهداف برنامج تعليمي كامل مثل أهداف تدريس الرياضيات بالمرحلة الابتدائية أو الإعدادية وهكذا يستغرق تحقيقها وقتاً ليس بالقليل.

ج- الأهداف التعليمية Educational Objectives

وهي أهداف قصيرة المدى، تحدد بدقة، وتوضح ما يجب أن يتعلمه المتعلم من مقرر معين أو من وحدة تدريسية أو من القيام بنشاط معين، وتكون صياغة الأهداف التعليمية أكثر تحديداً من الأهداف السابقة، والهدف التعليمي هو هدف إجرائي يصف النتائج التي تقصدها عملية التعليم حيث تتحول إلى وصف سلوك نوعي يحدد الأداء.

د- الأهداف السلوكية Behavioral Objectives

تصاغ هذه الأهداف صياغة أكثر دقة وتفصيلاً وتحديداً، وترتبط الأهداف السلوكية بالمدركات والتعميمات المراد تعلمها، وتعتبر وصفاً للسلوك الدال على تعلم هذه المدركات وأحياناً يشار إليها بأنها أدلة تعلم لأنها تركز على السلوك المتوقع من التلميذ عقب مروره بخبرة تعليمية معينة وبشكل محدد وقابل للقياس.

ويلاحظ من التصنيف السابق لمستويات الأهداف التربوية أنها تتدرج من العمومية إلى التخصص والتحديد بمعنى أن الأهداف السلوكية في أي درس من الدروس تتبع من الأهداف التعليمية لمنهج أو وحدة معينة، وكذلك تشتق الأهداف التعليمية لمنهج أو وحدة معينة من الأهداف التربوية و التي تشتق من الأهداف العامة للمجتمع. .

ثالثاً: مصادر اشتقاق أهداف تعليم الرياضيات

عند تحديد الأهداف التعليمية أو صياغتها لا بد من الرجوع إلى المصادر التالية:

١- غايات التربية (الأهداف العامة).

٢- المقاصد التعليمية (أهداف المراحل).

٣- المقرر الدراسي: يعتبر المقرر الدراسي متمثلاً في الكتب التي تصدرها الوزارة بما تتضمنه من أهداف تعليمية مصدراً تعليمياً لا يمكن الاستغناء عنه عند تحديد الأهداف التدريسية الخاصة، وهذه الكتيبات في متناول جميع المعلمين.

٤- المواد التعليمية: يمكن استخدام كتب دليل المعلم والكتب المدرسية والأفلام التعليمية والحقائب التعليمية وغيرها من المواد التعليمية كمصدراً جيداً

لتحديد الأهداف إذا ما كانت مصطحبة بأهداف محددة وواضحة، وعليه يجب التعرف على المواد التعليمية وفحصها قبل توظيفها كمصدر للأهداف وصياغتها صياغة دقيقة.

٥- المجلات العلمية المتخصصة: تعتبر المجلات العلمية المتخصصة في مجال تعلم الرياضيات مصدراً هاماً لاستقاء أهداف تعليمية رياضية من خلال ما تقدمه تلك المجلات من بحوث ومقالات لمتخصصين في مجال الرياضيات بالإضافة إلى أنها قد تعرض وحدات تعليمية وقوائم لأهداف تعليمية لموضوعات معينة وطرائق تدريس جيدة تم تجربتها، ومن هنا يمكن الاستفادة منها.

٦- زملاء المهنة: يمكن أن يتعاون المعلمون الذين يدرسون لنفس الصف والمادة بعضهم البعض ويستفيد بعضهم من البعض الآخر عن طريق تبادل الرأي حول تحضير أحد الدروس والمقارنة بين الأهداف التي وضعت مما يساعد على التوصل إلى مجموعة من الأهداف الأكثر ملائمة.

رابعاً: صياغة أهداف تعليم الرياضيات

إن صياغة الأهداف التعليمية صياغة دقيقة تساعد على توجيه العملية التربوية توجيهاً صحيحاً من خلال مساعدة المعلم على تحديد بعض الخطوط العامة لعملية التدريس ومساعدة التلاميذ على التعرف على نواتج التعلم التي يسعون لتحقيقها، وكذلك تحديد أساليب ووسائل التقويم.

وعند صياغة الأهداف التعليمية في شكل إجرائي سلوكي نحتاج إلى تطبيق المعادلة التالية:

هدف سلوكي= أن + فعل إجرائي + التلميذ + المحتوى العلمي (ناتج التعلم) + الشروط (ظروف الأداء) + معيار الأداء

وفيما يلي سوف نوضح مكونات الهدف السلوكي:

١- الأداء (الفعل الإجرائي)

وهو يمثل السلوك الذي يبديه المتعلم والذي يمكن ملاحظته عن طريق الاستماع أو رؤية الاستجابة، وأفعال مثل: يرسم، يكتب، يصنف، يرتب، يزاوج، يوصل، يحسب، يقسم، يجمع، يلخص، يقارن، يبرهن، يختصر...الخ وهي أفعال تمثل سلوكاً يمكن ملاحظته مما يساعد المعلم على تقويم أداء المتعلم، وهناك أفعال أخرى مثل يفهم، يستوعب، يتعلم، يشعر، يعرف...الخ وهي أفعال مبهمة على درجة كبيرة من العمومية ولذلك فهي غير قابلة للملاحظة أو القياس.

٢- المحتوى العلمي للهدف (ناتج التعلم)

وهو يمثل محتوى الدرس موضوع التعلم بما يتضمنه من مفاهيم أو تعريفات يمكن أن يذكرها التلميذ، أو علاقات يستنتجها أو يبرهن على صحتها، أو مهارات يؤديها وإذا كان موضوع الدرس (أنواع الزوايا) يمكن أن نصيغ الهدف التالي:

- أن يحدد التلميذ نوع الزاوية من خلال أشكال مختلفة.
- أن يقارن التلميذ بين الأنواع المختلفة للزوايا.

وإذا كان موضوع الدرس (خواص متوازي الأضلاع) يمكن أن يكون الهدف

- أن يستنتج التلميذ خواص متوازي الأضلاع.
- أن يثبت التلميذ خواص متوازي الأضلاع.

٣- الشروط (ظروف الأداء)

وهي تشير إلى كل ما يتضمنه الهدف من ظروف أو شروط والتي يؤدي

التلميذ في ظلها السلوك المطلوب. وهي بذلك تشمل المعلومات أو الأدوات أو الأجهزة أو المواد أو الوسائل المعينة التي سيتاح للتلميذ استخدامها أثناء تقييم الأداء مثل الآلات الحاسبة أو الأدوات الهندسية أو التعليمات الخاصة بحل المسائل الرياضية.

مثال

- أن يقسم التلميذ عدد مكون من أربعة أرقام على عدد مكون من رقمين بدون استخدام الآلة الحاسبة.
- أن يرسم التلميذ مستطيل إذا علم بعداه باستخدام الأدوات الهندسية.
- أن يحسب التلميذ الوسط الحسابي لبيانات معطاة في جدول.

٤- معيار الأداء

ويقصد به المستوى الذي يجب أن يصل إليه المتعلم في تحقيقه للهدف، ويستخدم المعيار في الحكم على مدى تحقيق هذا الهدف من عدمه، فالمعيار هو المحدد لمستوى الأداء المتوقع أن يصل إليه التلميذ (مستوى الإجادة) ويتم تضمن عنصر المعيار ضمن الأهداف التدريسية في شكل كمي أو كيفي أو كليهما ويتم التعبير عن المعايير بإيجاز في أحد الأشكال التالية:

أ- في شكل نسبة مئوية

١- أن يرتب التلميذ خمسة كسور عادية ترتيباً تنازلياً بنسبة دقة ٨٠٪.

٢- أن يرسم التلميذ مثلث بمعلومية قياس زاويتين وطول أحد أضلاعه بدرجة إتقان لا تقل عن ٩٠٪.

ب- تحديد الحد الأدنى للإجابات الصحيحة أو الحد الأقصى للإجابات الخاطئة

الذي يمكن قبوله ويمكن أيضاً التعبير عن المعيار بتحديد أقل عدد ممكن للإجابات الصحيحة أو الحد الأقصى للإجابات الخاطئة.

١- أن يحسب التلميذ ناتج (٧) مسائل متنوعة على جمع الكسور بحد أدنى خمسة مسائل صحيحة.

٢- أن يحلل التلميذ المقدار الجبري باستخراج العامل المشترك في اختبار به عشرة مقادير جبرية بنسبة خطأ لا تزيد عن ثلاثة مسائل.

٣- أن يقسم التلميذ مقدار جبري على آخر وتكون الإجابات الصحيحة بحد أدنى (١٦ من ٢٠) سؤال.

ج- تحديد المعيار في شكل زمن

ويدل المعيار في هذه الحالة على الزمن (السرعة) اللازم للانتهاء من أداء السلوك المتوقع من التلميذ.

- أن يرسم التلميذ المربع باستخدام الشبكة التربيعية في مدة دقيقة واحدة.
- أن يمثل التلميذ بيانات معطاة في جدول بطريقة الأعمدة في مدة لا تتعدى عشرة دقائق.

خامساً: شروط صياغة أهداف تعليمية جيدة في مادة الرياضيات

أن صياغة هدف تعليمي جيد بصورة سلوكية توضح نتاجات التعلم (السلوك النهائي) الذي يتوقع أن يقوم به الطالب تعتبر مهارة لا بد أن تتوفر لدى المعلم وتتطلب الصياغة الجيدة للأهداف مواصفات معينة وشروط هامة يمكن توضيحها فيما يلي:

١- أن يركز الهدف على سلوك المتعلم لا على سلوك المعلم:

فقد يخطأ بعض المعلمين عند صياغة الأهداف التعليمية بالاقتصار على ما يقوم هو به من أنشطة أو إجراءات تدريسية وعدم وصف نتاجات التعلم لدى المتعلم وبالتالي لا يمكن تقويم تعلم التلاميذ على أساس سليم والمثال التالي ذلك.

هدف يركز على سلوك المعلم	هدف يركز على سلوك المتعلم
- شرح طريقتين مختلفتين لحل مسائل القسمة المطولة.	- أن يحل التلميذ خمسة مسائل للقسمة المطولة دون خطأ فيها لا يزيد عن عشرة دقائق

٢- أن يصف الهدف نواتج التعلم لا عملية التعليم أو وصف الأنشطة التعليمية:

يجب أن يركز الهدف التعليمي الجيد على نواتج التعلم المتمثلة في السلوك المتوقع من المتعلم أداؤه وليس عملية التعليم أو الأنشطة التعليمية المصاحبة ويتضح ذلك من الأمثلة التالية:

أهداف تركز على عملية التعليم والأنشطة	أهداف تركز على سلوك المتعلم
- أن يتدرب التلميذ على قياس قطعة مستقيمة باستخدام المسطرة.	- أن يقيس التلميذ أطوال ثلاث قطع مستقيمة في زمن ثلاث دقائق.
- أن يلاحظ التلميذ المعلم أثناء رسم متوازي الأضلاع على السبورة.	- أن يرسم التلميذ متوازي الأضلاع بأقل خطأ ممكن.

٣- يكون الهدف جيد الصياغة واضح المعنى قابل للملاحظة والقياس

والمقصود هنا أن يكون الهدف واضحاً لا يختلف في فهم معناه اثنان ويتوقف ذلك على حسن اختيار فعل الأداء بحيث يكون واضحاً في معناه ولا يكون هناك اختلاف حول المقصود به، فيجب على المعلم البعد عن الوصف الغامض للسلوك الذي يقوم به التلميذ لأن هناك أفعال كثير مبهمة لا يمكن ملاحظتها أو قياسها لأنها تعبر عن سلوك خفي ويوضح ذلك المثالين التاليين:

- أن يكتسب التلميذ مهارة إجراء عمليات القسمة.
- أن يتعرف العلاقة بين الزاوية المركزية والزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس.

فنلاحظ هنا أن السلوك الناتج عن فعل الاكتساب والتعرف ليس ظاهراً ولا يمكن ملاحظته أو قياسه.

أفعال واضحة يمكن ملاحظتها وقياسها	أفعال غير واضحة (مبهمة) لا يمكن ملاحظتها أو قياسها
يجمع- يشتق- يستخدم- يفاضل- يختصر- يوجد القيمة- يقسم- يكامل- يصنف- يقيس- يرسم- يرقم- يضيف- يعد- يثبت- يبرهن- يجزئ- يحسب- يضرب- يطرح- يقرب- يحلل- ينصف- يفسر- يقرأ بيانات- يمثل بيانياً- يرمز إلى-	يعرف- يفهم- يحب- يعتقد- يستوعب- يتمكن من- يشعر- يدرك- يقدر- يألف- يؤمن- يستمتع- يتعلم- يكتسب.

أفعال واضحة يمكن ملاحظتها وقياسها	أفعال غير واضحة (مبهمة) لا يمكن ملاحظتها أو قياسها
يطابق- يوزع- يرتب- يقارن- يذكر- يفرق- يميز بين- يستنتج- يحول- يحل- يطبق- يكون- يكمل- يترجم- يتنبأ- يصيغ بأسلوبه.	

٤- أن يقتصر الهدف على ناتج تعليمي واحد:

ويعني ذلك أن يتضمن الهدف على ناتج تعلم واحد فقط سواء كان معرفة أو مهارة أو اتجاه حتى نستطيع تحقيق مدى تحققه من خلال عملية التقويم وسوف نلاحظ ذلك من الأمثلة التالية:

أهداف تتضمن أكثر من ناتج تعليمي

- أن يذكر معنى النسبة التقريبية ورمزها ويحسب محيط الدائرة إذا علم طول نصف قطرها.
- أن يقرب التلميذ العدد لأقرب جزء من عشرة، وأقرب وحدة، وأقرب عشرة، وأقرب مائة.
- أن يوجد التلميذ الجذر التربيعي لعدد نسبي موجب، والجذر التكعيبي لعدد نسبي موجب أو سالب.
- أن يذكر التلميذ خطوات رسم مثلث بمعلومية أطوال أضلاعه ثم يرسم مثلث بمعلومية أطوال أضلاعه.

ولعلك لاحظت عزيزي الطالب من الأمثلة السابقة أن كل منها يحتوي على أكثر من ناتج تعليمي واحد، ومن الأفضل فصل كل سلوك يؤديه المتعلم في هدف خاص فقد يستطيع التلميذ أن يجتاز أو يؤدي العمل الأول المطلوب منه ولا يستطيع أن يؤدي السلوك الثاني ومن هنا يصعب قياس وتقويم مدى تحقق الهدف.

٥- أن يكون الهدف واقعي (قابل للتحقيق)

ويعني ذلك أن يكون الهدف مناسب للإمكانيات المتاحة مثل الوقت والمكان والمادة التعليمية المتوافرة في الفصل، والأهم من ذلك هو أن يكون في مقدور التلاميذ السعي لتحقيق هذا الهدف فيكون في مستوى معلوماتهم وقدراتهم العقلية وخلفياتهم العلمية السابقة، وأن يكون المعلم على دراية بأبعاد الهدف وكيفية قياسه وتقويمه بحيث لا تكون صياغة الهدف طموحة أكثر مما يجب فيصعب تحقيقه، فقد يصيغ المعلم الهدف التالي:

- **أن يحب التلميذ مادة الرياضيات.**

وهذا الهدف لا يمكن تحقيقه في حصة واحدة لأنه يحتاج إلى مزيد من الوقت لأنه من الصعب تغيير الاتجاهات نحو مادة الرياضيات في حصة واحدة، فالهدف هنا غير مناسب للزمن المتاح للمعلم.

- **مجالات أهداف تعليم الرياضيات ومستوياتها**

صنف بلوم الأهداف التربوية إلى ثلاثة مجالات رئيسية تتطابق مع مجالات السلوك الإنساني، وقسم كل مجال منها إلى مستويات فرعية متدرجة في شكل بناء هرمي تبدأ من البسيط وتنتهي إلى المركب، وهذه المجالات هي:

- **المجال الأول**: المجال المعرفي الإدراكي **Cognitive Domain**
- **المجال الثاني**: المجال الوجداني **Affective Domain**

- المجال الثالث: المجال النفس حركي **Psychomotor Domain**

Cognitive Domain	Affective Domain	Psychomotor Domain
المجال المعرفي: وهو يتعلق بنواتج التعلم الفكرية؛ حيث يختص بتنمية المعرفة والفهم ومهارات التفكير	المجال الوجداني: وهو مجال يعكس التغير في سلوك المتعلم فيما يخص الاهتمامات والاتجاهات والقيم والمشاعر والميول والمعتقدات.	مجال النفس- حركي: وهو يشير إلى القدرات والمهارات التي تتميز بالحركة أو الميكانيكية وتتضمن التآزر بين العقل وحركات أجزاء الجسم المختلفة كالقدرة على تناول الأدوات الهندسية واستخدامها بدقة.

وفيما يلي مستويات الأهداف في المجالات الثلاثة السابقة:

المجال المعرفي	المجال الوجداني	المجال النفس حركي
٦- التقويم		
↑		
٥- التركيب	٥- التميز بالقيمة	٥- التطبيع
↑	↑	↑
٤- التحليل	٤- التنظيم القيمي	٤- الترابط
↑	↑	↑

المجال المعرفي	المجال الوجداني	المجال النفس حركي
٣- التطبيق	٣- الحكم القيمي	٣- الدقة
↑	↑	↑
٢- الفهم	٢- الاستجابة	٢- المعالجة اليدوية
↑	↑	↑
١- التذكر	١- الاستقبال	١- المحاكاة

وفيما يلي سوف نعرض لمستويات كل مجال بشيء من التفصيل مع أمثلة عليها.

أولاً: المجال المعرفي:

ويتكون من ست مستويات هي:

١- التذكر

وتعني قدرة المتعلم على تذكر المعلومات التي تعلمها سابقاً واستدعاؤها من الذاكرة. وهذا المستوى هو أدنى مستويات المجال العقلي ويشمل هذا معرفة مصطلحات وحقائق وقوانين أو نظريات ومن أمثلة ذلك.

١- أن يذكر التلميذ قاعدة محيط المستطيل.

٢- أن يذكر الطالب نص نظرية فيثاغورس.

٣- أن يعطي الطالب تعريفاً صحيحاً للعدد النسبي.

٢- الفهم

وهو القدرة على إدراك معنى المادة التي يدرسها المتعلم، ويظهر ذلك من خلال ترجمة المادة بتحويلها من صيغة إلى أخرى، أو من خلال تفسير المادة أي شرحها أو تلخيصها وتبريرها، أو من خلال تأويل واستخلاص علاقات من بيانات

أو معلومات، فأهداف هذا المستوى تدور حول ثلاثة أشياء هي: الترجمة- التفسير- التنبؤ بالنتائج من خلال دراسة مجموعة من البيانات المعطاة.

أمثلة على أهداف هذا المستوى.

١- أن يحول التلميذ خمسة أعداد كبيرة مصاغة لفظياً إلى صورة رقمية.

٢- أن يمثل التلميذ البيانات في جداول أو رسوم بيانية أو خطوط.

٣- أن يعبر الطالب بلغته الخاصة عن قانون توزيع الضرب على الجمع.

٤- أن يحول التلميذ النسبة المئوية إلى أعداد نسبية.

٥- أن يستكمل التلميذ سلسلة الأعداد ٤، ٨، ١٢،....

٦- أن يفسر الطالب الحالات المختلفة التي يكون فيها الشكل الرباعي دائري.

٣- التطبيق

يقصد به قدرة المتعلم على استخدام ما تعلمه في مواقف جديدة، فيتم في هذا المستوى توظيف المعرفة التي تم الحصول عليها في المستويات السابقة. ومن أمثلة أهداف هذا المستوى.

١- أن يستخدم التلميذ النسبة والتناسب في تطبيقات حياتية تشمل التقسيم التناسبي (توزيع أرباح الشركات).

٢- أن يطبق الطالب حالات تطابق المثلثات في حل بعض المشكلات الرياضية.

٣- أن يحسب مساحة بعض الأشياء المربعة الشكل في الفصل باستخدام قانون المساحة.

٤- أن يطبق حل المعادلات في حل بعض المشكلات الحياتية.

٥- أن يحل التلميذ مسائل حياتية على النسبة المئوية تتضمن المكسب أو الخسارة.

٤- التحليل

ويقصد به قدرة المتعلم على تحليل المادة إلى مكوناتها الأساسية وإدراك ما بينها من علاقات مما يساعد على فهم بنيتها وتنظيمها، أي تحليل الموقف إلى أجزائه وعناصره المختلفة للتعرف على مكوناته والعلاقات بينها، والأهداف التعليمية هنا تتعلق بتحليل مشكلة رياضية إلى عناصرها الأساسية للتوصل إلى الحل.

ومن أمثلة تلك الأهداف:

١- أن يحلل التلميذ مفهوم الحجم إلى مكوناته الأساسية.

٢- أن يحدد العناصر الأساسية لحساب سعة إناء معين.

٣- أن يصنف التلميذ المثلثات بالنسبة لأطوال أضلاعها وبالنسبة لزواياها.

٤- أن يميز الطالب بين الزوايا المتبادلة، والزوايا المتناظرة، وبين مستقيمين متوازيين إذا قطعهما قاطع.

٥- أن يحلل التلميذ بيانات إحصائية معبر عنها بالرسم.

٥- التركيب

يشير هذا المستوى إلى قدرة المتعلم على وضع الأجزاء مع بعضها البعض لتكون كل جديد له معنى لم يكن موجوداً من قبل، حيث يتم الربط بين وحدات أو عناصر منفصلة وتنظيمها بأسلوب أو شكل ينتج عنه بناء جديد أو تكوين كل متكامل ومتماسك، والتركيب يركز على التفكير الابتكاري ويتحقق مستوى التركيب عندما يتوصل المتعلم إلى قاعدة أو علاقة رياضية عن طريق دراسة بعض البيانات أو اشتقاق نظريات جديدة باستخدام نظريات سابقة أو اشتقاق صيغة رياضية، ومن أمثلة الأهداف في هذا المستوى:

١- أن يكون التلميذ أشكال هندسية متنوعة باستخدام مربعات ومثلثات ودوائر.

٢- أن يتوصل التلميذ لقاعدة تربط العدد الزوجي بالعدد الفردي من خلال أمثلة معطاة.

٣- أن ينظم معلومات وبيانات معطاة في شكل جداول إحصائية.

٦- التقويم

ويقصد به قدرة المتعلم على إصدار أحكام حول قيمة مادة معلومة أو حول قيمة الأفكار والحلول المعطاة وذلك في ضوء معايير محددة يمكن استخلاصها أو إعطائها، والتقويم هو أعلى مستويات المجال العقلي المعرفي عند بلوم لأنه أكثر تعقيداً من المستويات السابقة له ويتطلب أن يلم التلميذ بكل المستويات السابقة له وتدور أهداف هذا المستوى حول اكتشاف المغالطات الرياضية أو الأخطاء في برهان ما أو المقارنة بين طريقتي حل مقترحتين.

ومن أمثلة الأهداف في هذا المستوى.

١- أن يحكم الطالب على صحة حل المعادلات.

٢- أن يبرر الطالب الاستنتاجات التي يصل إليها.

٣- أن يبين الطالب المغالطات الواردة في البراهين.

٤- أن يوازن التلميذ بين طريقتي الجمع (الرأسية والأفقية) في الأعداد الصحيحة والكسور العشرية لبيان أيهما أفضل مع توضيح السبب.

٥- وعلى الرغم من وجود هذه المستويات الهرمية المتدرجة عند بلوم ابتداء من التذكر وحتى التقويم إلا أن مادة الرياضيات لها طبيعتها الخاصة والتي تميزها عن غيرها من العلوم حيث إنها ذات طبيعة بنائية تركيبية تتفاعل وتترابط مكوناتها فلا يمكن فصل بعض المستويات التي حددها بلوم عن بعضها

البعض وكذلك مستوى التحليل ومستوى التركيب، ولذلك فقد صنف "وليم عبيد" وآخرون الأهداف التعليمية للرياضيات إلى ثلاثة مستويات هي:

١- **المستوى الأول**: ويقابله عند بلوم مستوى التذكر ويتضمن

أ- تذكر واسترجاع مصطلحات وحقائق ورموز محددة.

ب- إجراء عمليات حسابية مباشرة.

٢- **المستوى الوسيط**: ويقابله عن بلوم مستوى الفهم ومستوى التطبيق، ويتضمن:

أ- فهم وإدراك واستيعاب المفاهيم والعلاقات الرياضية.

ب- التحويل من صيغ لفظية إلى صيغ رمزية أو إلى صور بصرية والعكس.

ج- استدعاء المعلومات المناسبة للموقف.

د- تطبيق القوانين واختيار العمليات المرتبطة بالموقف التطبيقي.

هـ- إجراء العمليات وحل مسائل سبق وجود أمثلة محلولة عليها.

٣- **المستوى الأعلى**: ويقابله من مستويات بلوم مستوى التحليل، التركيب، التقويم ويتضمن

أ- إجراء عمليات عقلية أعلى مثل تطبيقات غير روتينية وغير مباشرة للمفاهيم والقوانين.

ب- تحليل المواقف إلى مكوناتها والتعرف على العلاقات بينها.

ج- إعادة تنظيم معلومات.

د- التدليل على صحة مواقف.

هـ- اشتقاق النتائج والوصول إلى علاقات جديدة.

ثانياً: المجال الوجداني:

ويتكون من خمسة مستويات هي:

١- الاستقبال:

ويشير هذا المستوى إلى استعداد التلميذ للإهتمام بظاهرة معينة أو مثير معين والانتباه إليه، والأهداف التعليمية في هذا المستوى تتصل بوعي التلميذ وميله للإصغاء والانتباه المميز.

ومن أمثلة الأهداف التعليمية لهذا المستوى:

١- أن يصغي التلميذ لشرح الرياضيات أثناء الحصة.

٢- أن يظهر التلميذ رغبة في تعلم موضوع جمع عددين مع إعادة التسمية.

٣- أن ينتبه التلميذ جيداً لأنشطة الفصل الدراسي.

٤- أن يتابع التلميذ باهتمام عرض وسيلة تعليمية.

٥- أن يشير التلميذ إلى أهمية تعلم الرياضيات في حل مشكلات بيئية.

٢- الاستجابة

ويقصد بها المشاركة الفعلية من جانب التلميذ بمعنى التفاعل الإيجابي وهي مستوى أعلى من مجرد الاهتمام بالظاهرة أو المثير، فالمتعلم هنا يفعل شيئاً يحقق الاستمتاع والارتياح والرضا مثل المشاركة في المناقشات مع المعلم، ومن أمثلة هذا المستوى.

١- أن يقبل التلميذ على قراءة كتب الرياضيات للاستفادة أو الإطلاع الحر.

٢- أن يشارك التلميذ في الأنشطة المتعلقة بدروس الرياضيات.

٣- أن يتعاون مع زملائه في إنتاج وسيلة تعليمية عن موضوع الحجوم.

٤- أن يحترم التلميذ تعليمات وإرشادات المعلم عند أداء الأنشطة التعليمية.

٣- الحكم القيمي

ويقصد به اقتناع الفرد بقيمة معينة ينعكس على تقديره للأشياء والسلوك أو استيعابه وتقديره واعتقاده في نسق معين من القيم ويعبر عنه في شكل سلوك ومن أمثلة هذا المستوى:

١- أن يقدر التلميذ قيمة الرياضيات في الحياة العملية.

٢- أن يساعد التلميذ زملائه في إنجاز الأنشطة العملية في القياس والرسم.

٣- أن يعترض التلميذ على تشويش الزملاء أثناء إجابته على أسئلة المعلم.

٤- أن يعترف التلميذ بأخطائه في الإجابة ويحاول تعديلها وتصحيحها.

٤- التنظيم القيمي

وفي هذا المستوى يبدأ الفرد في بناء نظام خاص به للقيم التي اكتسبها من خلال تفاعله مع ما يحيط به والجمع بين أكثر من قيمة والربط بينهما وتنظيمهما في نسق معين وهذا النظام المتناسق من القيم هو الذي يقود سلوك الفرد ويحدد اتجاهاته، ومن أهداف هذا المستوى:

١- أن يتفهم التلميذ ويتقبل نقاط القوة أو الضعف فيه.

٢- أن يعد التلميذ خطة عمل تناسب قدراته واستعداداته.

٣- أن يعتقد التلميذ في أهمية دراسة الرياضيات لدراسة المواد الأخرى.

٥- التميز بالقيمة أو مجموعة القيم

وفي هذا المستوى يتكون لدى التلميذ نظام مركب من القيم يضبط سلوكه

ويوجهه لفترة طويلة، وفي ضوء القيمة الحاكمة والموجهة للسلوك يتحدد الأسلوب المميز للتلميذ أو فلسفته في الحياة، ومن أمثلة أهداف هذا المستوى:

١- أن يؤدي التلميذ الأنشطة والتدريبات باستقلالية.

٢- أن يظهر التلميذ زيادة الرغبة في دراسة الرياضيات.

٣- أن يستمتع التلميذ بمشاهدة الأشكال الهندسية.

٤- أن يلتزم التلميذ في سلوكه بالنظام واحترام المواعيد.

٥- أن يوظف التلميذ الأفكار الموضوعية في حل المشكلات.

ثالثاً: المجال النفس حركي

ويتم التمكن من هذا المجال من خلال مرور المتعلم بخمسة مستويات متدرجة أثناء اكتساب القدرات والمهارات الحركية وتتمثل هذه المستويات فيما يلي:

١- **المحاكاة**: وفيها يقوم التلميذ بحركة أو مجموعة حركات نتيجة ملاحظة المعلم وتقليده.

٢- **المعالجة اليدوية**: وفيها يقوم التلميذ بالحركات المطلوبة بناء على تعليمات محددة وليس عن طريق التقليد والملاحظة كما في المحاكاة.

٣- **الدقة**: وفيها يصل التلميذ في الأداء إلى مستوى عالٍ من الإتقان والدقة.

٤- **الترابط**: ويقصد به التوافق بين مجموعة من الحركات المختلفة لأعضاء الجسم المختلفة.

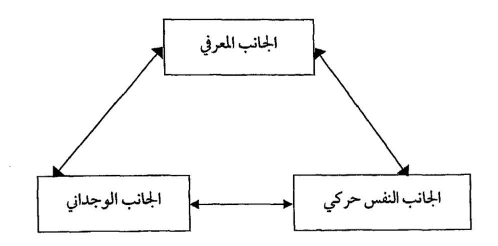
٥- **التطبيع**: وفيه يصل التلميذ إلى أعلى درجة من الدقة والإتقان في الأداء المهاري.

ومن أمثلة الأهداف في المجال النفس حركي:

- أن يرسم التلميذ مربع بمعلومية طول ضلعه.
- أن يرسم التلميذ دائرة بمعلومية نصف قطرها.
- أن يرسم التلميذ زاوية معلومة.
- أن يستخدم التلميذ حاسبة الجيب في إيجاد ناتج ضرب عددين.
- أن يمثل الطالب المجموعات بأشكال فن.
- أن يقسم الطالب مقدار جبري على آخر.
- أن يرسم التلميذ مستقيمين متوازيين باستخدام الأدوات الهندسية.
- أن يحسب التلميذ المساحة الجانبية والكلية لمكعب بمعلومية طول حرفه.
- أن يحل الطالب معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد مع التمثيل على خط الأعداد.

ويؤكد العديد من التربويين أن الأهداف التعليمية في المجال النفس حركي تتضمن عناصر معرفية، ووجدانية، إذ إنه لكي يكتسب التلاميذ المهارات لا بد وأن يلموا بالجانب المعرفي الخاص بالمهارات إلى جانب رغبتهم في دراسة الرياضيات وحبهم لها، كما أن المجال المعرفي يتضمن عناصر وجدانية وكذلك العكس، ويعني ذلك أن الأهداف رغم تصنيفها في ثلاثة مجالات إلا أنها متداخلة ومتفاعلة مع بعضها البعض ويؤثر كل منها في الآخر في تفاعل منظومي.

فعند تدريس مفهوم ما في الجانب المعرفي فيجب أن يواكبه تدريس مهارات هذا المفهوم ومعرفة مدى تأثير المعرفة والمهارة على الجانب الوجداني للمتعلم.



وخلاصة القول أن مستويات الأهداف تتمثل في:

١- أهداف عامة للتربية.

٢- أهداف عامة لتدريس الرياضيات في التعليم العام.

٣- أهداف عامة لتدريس الرياضيات بكل مرحلة من مراحل التعليم.

٤- أهداف عامة لتدريس الرياضيات بكل صف من كل مرحلة.

٥- أهداف عامة لتدريس الرياضيات لكل وحدة دراسية أو درس يومي في كل صف.

وكما أوضحنا من قبل فإن كل مستوى من هذه المستويات يجب لأن يشتق من المستوى السابق له وتحقيق أهداف أي مستوى يجب أن يسهم في تحقيق المستوى السابق له.

❖ الأهداف العامة لتعليم الرياضيات

إن تدريس الرياضيات يهدف إلى تزويد المتعلم بمعارف رياضية تتمثل في أساسيات مادة الرياضيات، واكتساب المهارات الرياضية بمختلف أنواعها

بالإضافة إلى تكوين بعض الاتجاهات الإيجابية نحو دراسة الرياضيات، وكذلك تدريب التلاميذ على أساليب تفكير سليمة وتنميتها والتي تمكنهم من حل ما يواجههم من مشكلات حياتية، وبناء على ذلك تتمثل الأهداف العامة لتدريس الرياضيات في البنود التالية:

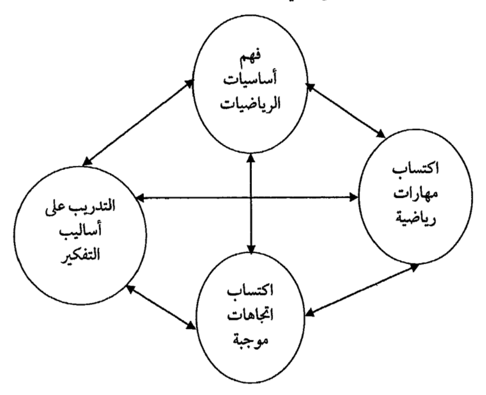
١- أهداف تتعلق بمعرفة وفهم أساسيات مادة الرياضيات.

٢- أهداف تتعلق باكتساب المهارات الرياضية (العقلية والنفسحركية).

٣- أهداف تتعلق بالتدريب على أساليب تفكير سليمة وتنميتها.

٤- أهداف تتعلق باكتساب اتجاهات موجبة، تنمية الميول وأوجه التقدير نحو الرياضيات والرياضيين.

ويمكن تمثيلها بالشكل التالي:



الأهداف العامة لتعليم الرياضيات والعلاقة بينها

وهذه الجوانب الأربعة للأهداف مترابطة ومتفاعلة حيث أن تحقيقها يتم بطريقة تكاملية ويرى المهتمين بتعليم الرياضيات أن الأهداف العامة لتعليم الرياضيات من خلال البنود السابقة يمكن تحديدها فيما يلي:

١- اكتساب مهارات تأسيسية لمادة الرياضيات من حيث اللغة والرموز والمعلومات وأساليب التفكير.

٢- الألفة بالرياضيات باعتبارها وسيلة اتصال للأفكار والمعلومات المختلفة.

٣- اكتساب مهارات أساسية تتفق مع أهداف التعليم العام ومراحل النمو العقلي للتلميذ.

٤- تنمية مهارات عقلية تمكن التلميذ من الاستفادة من المعلومات التي يتعلمها والمهارات التي يكتسبها وتوظيفها في خدمة متطلباته كفرد في خدمة المجتمع من حيث التنمية الاجتماعية والاقتصادية.

٥- التكامل في المعرفة من حيث الاستفادة من المعلومات الرياضية في المجالات الرياضية الأخرى النظرية والعملية واعتماد المواد الدراسية على بعضها البعض.

٦- فهم الرياضيات على أنها مجال معرفي وفكر بشري إنساني دائم.

٧- تنمية أساليب تفكير سليمة وإطلاق الطاقات الكامنة عند التلميذ وتنمية استعداداته وميوله.

٨- اكتساب قيم وعادات واتجاهات ومشاعر إيجابية تنمي الثقة بالنفس واحترام الآخرين والتفاعل الاجتماعي داخل وخارج المدرسة وحب الوطن والشعور والانتماء وتقدير العلم والعلماء.

٩- اكتساب بعض المهارات العملية مثل استخدام الأدوات الهندسية ومهارات القياس والإنشاءات الهندسية العملية وتشغيل بعض الأجهزة والآلات.

أسئلة للتقويم الذاتي

١- اشرح أهمية تحديد أهداف تعليم الرياضيات؟

٢- صغ ثلاث أهداف سلوكية في كل من المجالات التالية:

أ- المعرفي.

ب- النفس حركي (المهاري).

ج- الوجداني.

الفصل الثاني
التخطيط لتدريس الرياضيات

* مقدمة.
* أهمية التخطيط لتدريس الرياضيات.
* شروط التخطيط الجيد.
* مستويات التخطيط.
* مكونات خطة الدرس اليومي
  - تحليل محتوى الدرس.
  - تحديد أهداف الدرس.
  - تحديد الوسائل التعليمية.
  - التمهيد للدرس.
  - طرق التعليم والتعلم.
  - تقويم الدرس.
  - الواجب المنزلي.
  - نموذج لخطة درس يومي في الرياضيات.

الفصل الثاني
التخطيط لتدريس الرياضيات

مقدمة:

يعتبر التخطيط الجيد الخطوة الأولى لأي عمل ناجح. ففي مجال التدريس يمثل التخطيط السليم لعملية التدريس رسماً لمعالم الطريق الذي سيسلكه المعلم والطلاب للوصول إلى الأهداف المرجوة مما يحول دون العشوائية في عملية التعليم، وسوف نتعرض في هذا الفصل بالشرح والتوضيح لمفهوم التخطيط وأهميته، ومستويات التخطيط.

أولاً: مفهوم التخطيط Planning

أ- **التخطيط في المفهوم العام:** هو أسلوب يتم فيه وضع مجموعة من الخطوات التي تهدف إلى حصر الإمكانات والموارد المتاحة والمتوفرة ودراستها وتحديد إجراءات استغلالها لتحقيق الأهداف المرجوة خلال فترة زمنية معينة.

ويذكر "أحمد اللقاني وعلى الجمل" أن التخطيط التربوي لأي برنامج Programmed Planning هو عملية يقوم فيها شخص بمفرده أو بالاشتراك مع عدد من الأشخاص بتحليل المواقف والأعمال وتحديد الأهداف والمضامين التربوية المطلوبة وغيرها من الجوانب التي تشكل في مجموعها برنامج معين.

ب- **التخطيط في المفهوم المحدد:** ويعني التخطيط للتدريس بالمفهوم المحدد هو عملية تصور مسبق للأهداف التدريسية والمواقف التعليمية، بما في ذلك اختيار النشاطات التدريسية وأساليب التقويم المناسبة، وتحديد دور كل من المعلم

والطالب في أثناء عملية التنفيذ، وكذلك الزمن المحدد لكل موقف من هذه المواقف.

والتخطيط لتدريس الرياضيات كالتخطيط لأي مادة أخرى يهدف إلى بلوغ أهداف محددة (نتاجات تعليمية) وبلوغ هذه الأهداف يعتمد بدرجة كبيرة على كيفية التخطيط لها.

ثانياً: التخطيط لتدريس الرياضيات

يعتبر التخطيط والإعداد الجيد لدروس الرياضيات على درجة كبيرة من الأهمية وذلك لأسباب عديدة نذكر منها ما يلي:

١- أن التخطيط الجيد للدروس يجعل عملية التدريس عملية نسقية وعلمية، يقل فيها مقدار الارتجال والمحاولة والخطأ، وتستخدم الوسائل والإمكانات المتاحة أفضل استخدام وتوفر الوقت والجهد.

٢- التخطيط للدروس يساعد المعلم على جعل كل نشاط يحدث داخل حجرة الدراسة هادفاً وموجهاً يؤدي ذلك إلى تفادي حدوث الأنشطة التي تعوق هذه العملية.

٣- أن التخطيط الجيد للدروس يكسب المعلم الثقة بالنفس ويقلل شعوره بالقلق والاضطراب الذي كثيراً ما يسيطر على المعلم خلال محاولاته الأولى في مجال التدريس.

٤- تحمي مخططات التدريس المعلم من النسيان الذي يمكن أن يتعرض له نتيجة مواجهة بعض المواقف التي تسبب نسيانه بعض نقاط المحتوى أو بعض الأسئلة التي سيطرحها على الطلاب، فوجود خطة لعمله تذكره بالنقاط الأساسية ويرجع إليها وقت الحاجة.

٥- التخطيط الجيد يساعد المعلم على تحديد النقاط التي قد تمثل صعوبات تعلم لدى بعض الطلاب مما يساعد على إيجاد علاج لها.

٦- التخطيط الجيد للدروس يساعد المعلم على إجراء الربط بين أجزاء الدرس الحالي والدروس السابقة أو التالية مما يجعل التعلم ذو معنى لدى طلابه ويحقق وحدة المعرفة وتكاملها.

٧- يعتبر التخطيط الجيد للدروس أحد المؤشرات التي يتم في ضوئها تقويم أداء المعلم.

٨- تساعد عملية التخطيط للدروس المعلم على تنظيم أفكاره واستغلال الوقت المخصص للتدريس بصورة فعالة.

٩- التخطيط للدروس يساعد المعلم على اختيار الوسائل المناسبة للموقف التعليمي وتحديد أفضل طرق التدريس لهذا الموقف بالإضافة إلى اختيار أساليب التقويم المناسبة وتحديد واجبات مدرسية تراعي المستويات المختلفة للتلاميذ.

١٠- يؤدي التخطيط للتدريس إلى النمو المهني للمعلم نتيجة لمروره بخبرات متنوعة أثناء التخطيط لعملية التدريس وعندما يتاح للمعلم فرصة إعادة تدريس مادة.

ثالثاً: شروط التخطيط الجيد

حتى يتمكن معلم الرياضيات من التخطيط الجيد لعملية عليه أن يقوم في البداية بتحديد ما يلي:

١- الأهداف التعليمية لمادة الرياضيات بشكل عام وأهداف تعليم الرياضيات في

المرحلة التي يعمل بها (ابتدائي- إعدادي- ثانوي) وكذلك أهداف تعليم الرياضيات بالصف الدراسي الذي يقوم بالتدريس فيه.

٢- محتوى مادة الرياضيات الذي يسهم في تحقيق الأهداف المطلوبة، وذلك بتحديد المفاهيم والحقائق والمبادئ والمهارات التي يمكن استخدامها للوصول إلى نتائج تعلم مرغوبة.

٣- طرق وأساليب التعليم والتعلم المناسبة.

٤- الوسائل والأنشطة التعليمية المختلفة والتي يمكن استخدامها لتحقيق الأهداف المطلوبة.

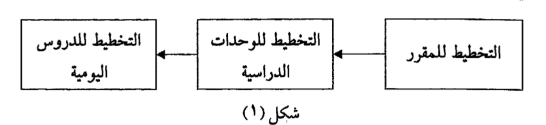
٥- وسائل التقويم التي يمكن استخدامها لقياس مدى نجاح الخطة ومدى تحقيق الأهداف المرغوبة.

٦- مستويات التلاميذ الدراسية ومشكلاتهم وذلك من واقع سجلاتهم حتى تأتي الخطة مناسبة للمستويات المختلفة.

مستويات التخطيط:

تتكون مادة الرياضيات من وحدات وفصول تشكل الكتاب المدرسي، وكل وحدة تتكون من عدة موضوعات تعالج جزء معين من محتوى منهج الرياضيات، ويتكون كل موضوع من أجزاء مترابطة تشكل الأساس لموضوع الدرس اليومي، ولذلك فإن خطة الدرس اليومي تنبع من خطة إحدى وحدات المقرر والتي بدورها تنبع من خطة أعم وأشمل للمقرر الدراسي ككل، فمثلاً عند تدريس موضوع جمع الكسور العشرية فإن خطة الدرس اليومي تشتق من خطة وحدة الكسور العشرية وخطة الوحدة بدورها تشتق من خطة أعم وأشمل لمقرر الرياضيات بالصف الرابع

الابتدائي، وبالتالي فإن مستويات التخطيط التي يقوم بإعدادها معلم الرياضيات هي:



شكل (١)

١- التخطيط طويل المدى.

٢- التخطيط قصير المدى.

٣- التخطيط للدروس اليومية.

وفيما يلي سوف نوضح عزيزي الطالب المعلم كل مستوى من مستويات التخطيط:

١- التخطيط طويل المدى

المقصود به وضع خطة لمقرر دراسي كامل لصف معين خلال العام الدراسي.

الهدف منه:

يتمثل الهدف من التخطيط طويل المدى في تحديد الأهداف والمحتوى والنشاطات والوسائل التعليمية وأساليب التقويم بمعنى تحديد المعالم الأساسية للمنهج مثل وضع خطة لمنهج الرياضيات بالصف الرابع الابتدائي أو الصف الأول الإعدادي دون وضع خطوات تفصيلية للتدريس داخل الصف.

متطلباته:

وضع خطة لتدريس الرياضيات خلال الصف الرابع الابتدائي مثلاً وتوزيعها على العام الدراسي يتطلب تحديد ما يلي:

١- تحديد الأهداف العامة لتعليم الرياضيات بالمرحلة الابتدائية ودراسة الأهداف الخاصة بتدريس الرياضيات بالصف الرابع الابتدائي مما يساعد المعلم على اختيار وتحديد طرق التدريس والوسائل التعليمية التي تحقق تلك الأهداف أو تحديد وسائل التقويم المناسبة لقياس تحصيل التلاميذ.

٢- تحديد مستويات التلاميذ الذين سوف يستفدن من تلك الخطة، وذلك من خلال السجلات الدراسية الخاصة بهم حتى يمكن تنويع الأنشطة المتضمنة بالخطة ما بين أنشطة إثرائية للتلاميذ المتفوقين وأخرى تشخيصية علاجية للتلاميذ بطيئين التعلم وهذه الخطة تختلف عن خطة أخرى بها مستويات متعددة.

٣- تحديد محتوى منهج الرياضيات بالصف الرابع (أو أي صف آخر) ويشمل ذلك الموضوعات المقررة وتوزيعها على شهور العام الدراسي، وعادة ما يضع موجهو الرياضيات هذه الجداول الزمنية لتوزيع المنهج، ويناقش المعلم هذه الجداول معهم قبل تنفيذها.

٤- الاستفادة من الخبرات السابقة في مجال تدريس الرياضيات بنفس الصف عن طريق مراجعة الخطط التي تم إعدادها في السنوات السابقة لتدريس نفس المحتوى وذلك لتحديد المشكلات التي يمكن مواجهتها أثناء التدريس والاستفادة منها في خطط جديدة.

٥- دراسة الدليل المصاحب للمنهج أو الكتاب المدرسي للإطلاع على أساليب التدريس والأنشطة المقترحة لتنفيذ المنهج.

٦- التعرف على الحصص المقررة لتدريس المادة وتحديد العطل الدراسية ومواعيدها.

٢- التخطيط قصير المدى

المقصود به التخطيط لكل وحدة من الوحدات التي يتضمنها المنهج أو المقرر الدراسي لصف معين وينبع التخطيط قصير المدى من التخطيط طويل المدى فالخطة الشاملة للمقرر أو المنهج تتضمن مجموعة من الخطط الجزئية من الوحدات التي يتكون منها المنهج.

ويتم التخطيط قصير المدى قبل بداية العام الدراسي لتحديد المفاهيم الأساسية المتضمنة بالوحدة قبل تدريسها ويتطلب كذلك التخطيط قصير المدى من المعلم القيام ببعض الإجراءات المشابهة لإجراءات التخطيط لمنهج دراسي ولكنها أكثر تخصيصاً وتحديداً وهي:

١- تحديد علاقة الوحدة موضوع التعلم بالوحدات السابقة بنفس المقرر أو بمقررات سبق دراستها.

٢- تحديد أهداف تدريس الوحدة.

٣- تحديد المفاهيم والعلاقات والمهارات الرياضية المتضمنة بالوحدة.

٤- تحديد المداخل المناسبة لتهيئة التلاميذ وإثارتهم لدراسة الوحدة.

٥- تحديد طرق التدريس المناسبة لتدريس موضوعات الوحدة.

٦- تحديد الوسائل والأنشطة التعليمية اللازمة لتضمينها لتدريس محتويات الوحدة.

٧- توزيع محتوى الوحدة على عدد الحصص المخصص لها.

٨- تحديد أساليب التقويم المناسبة لقياس تحصيل التلاميذ للوحدة من خلال إعداد اختبارات شفوية وتحريرية مناسبة لمستوى التلاميذ.

٩- الإطلاع على الخبرات السابقة في مجال التخطيط للوحدة لتجنب الوقوع في أخطاء سبق الوقوع فيها.

٣- التخطيط للدروس اليومية

التخطيط للدروس اليومية من المهام الأساسية لمعلم الرياضيات ويهدف إلى وضع خطة واضحة المعالم لما يمكن أن يقوم به المعلم والطلاب أثناء الحصة، وتعد عملية تخطيط الدروس اليومية أهم عمليات التخطيط عامة، وتختلف عملية التخطيط اليومية من معلم إلى آخر.

وإعداد المعلم لدروسه اليومية يساعد على تكوين خطة سليمة في ذهنه بالأشياء التي يتوقع أن يقوم بها أو يقوم بها الطلاب وإذا لم يهتم المعلم بهذا النوع من التخطيط فهو يغامر بتضييع الجهد والوقت ويتمثل التخطيط للدروس اليومية في تنظيم المادة التعليمية التي سيتم تدريسها في حصة دراسية من خلال تقسيم الدرس إلى ثلاث مراحل هي: مقدمة الدرس، عرض الدرس، وخاتمة الدرس. وما سوف يقدمه من محتوى في كل مرحلة والأسلوب الذي سيتبعه، والأنشطة التي سيؤديها التلاميذ مع ربط الدرس بما سبقه وما يليه، وكذلك التأكد من مدى تحقيق الأهداف من خلال عملية التقويم، وتقدير الزمن اللازم لكل مرحلة، ويعني كل ما سبق أن هناك تفكير دقيق في كل تفاصيل الدرس.

شروط التخطيط الجيد للدروس اليومية

ليس من الضروري أن يتبع كل المعلمين نفس الصيغة في إعداد الدروس اليومية وعلى الرغم من اختلاف خطة الدرس اليومي من معلم لآخر إلا أن هناك خصائص عامة تساعد المعلم على إخراج خطة جديدة محددة المعالم وهذه الخصائص هي:

- **الوضوح**: يجب أن يعد المدرس خطة الدرس بأسلوب واضح واستخدام لغة دقيقة وصحيحة لسهولة الرجوع إليها أثناء السير في الدرس، وتنفيذ ما هو مكتوب بشكل إجرائي فالخطة الواضحة تساعد المعلم المبتدئ على تنفيذ الدرس بنجاح.
- **قابلية التنفيذ**: لا بد وأن تتصف خطة الدرس اليومي بقابلية التنفيذ والاستخدام وخاصة إذا قام بتنفيذها معلم آخر غير الذي أعدها نظراً لأي ظروف طارئة. فقد يحدد المعلم في خطة الدرس استخدام معمل الرياضيات مع عدم توافره في المدرسة، أو أن يتضمن عرض الدرس أنشطة تعليمية يصعب تنفيذها خلال الفصل، وعلى المعلم المبتدئ الرجوع إلى زميل آخر ذو خبرة لقراءة الخطة والحكم عليها من حيث قابلية الاستخدام.
- **المرونة**: خطة الدرس اليومي الجيدة تتصف بالمرونة لكي تتلاءم مع خصائص المواقف التدريسية والتي تتضمن عادة مواقف طارئة عديدة، وكذلك تختلف هذه المواقف من فصل لآخر وخاصة عندما يستخدم المعلم الخطة لأكثر من فصل فهناك استفسارات وأسئلة وسلوكيات تختلف من تلميذ لآخر وتتطلب رد فعل مناسب من المعلم، فلا بد وأن تكون الخطة مرنة لمواجهة ما يستجد من مواقف أثناء التنفيذ.
- **الشمول**: خطة الدرس اليومي يجب أن تكون شاملة لكافة عناصر الدرس، (الأنشطة- الأهداف- الوسائل التعليمية- وسائل التقويم-....). وكذلك ما يتضمنه المحتوى من مفاهيم يريد توضيحها أو مهارات مطلوب تنميتها، أو اتجاهات إيجابية بحيث يتاح للمعلم شغل وقت الحصة الدراسية.
- **التوقيت**: خطة الدرس الجيدة يجب أن تتضمن توزيعاً تقريبياً لزمن الحصة على

الأنشطة التعليمية المتضمنة بالدرس، فيتم توزيع (٤٥ دقيقة) على التمهيد أو التهيئة (١٠ دقائق)، عرض محتوى الدرس (٢٥ دقيقة)، المناقشة والتلخيص (٥ دقائق)، التقويم (٥ دقائق).

مكونات خطة الدروس اليومية:

عند إعداد الدرس اليومي ينبغي على المعلم أن يهتم بتحديد عناصره الأساسية ويدونها بوضوح وتتضمن الخطة الدراسية عناصر أو مكونات روتينية، ومكونات رئيسية.

أ- المكونات الروتينية (المعلومات الأولية)

وتشتمل على عنوان الدرس، والصف الدراسي، واليوم، والتاريخ، والحصة، وهذه البيانات والمعلومات الأولية تمثل ظروف الدرس الذي سيعمل من خلاله حيث أن إعطاء الحصة الأولى في اليوم المدرسي يختلف عن إعطاء الحصة الأخيرة فيه.

ب- المكونات الرئيسية

تتضمن المكونات الرئيسية لخطة الدرس ما يلي:

١- تحليل محتوى الدرس وما يتضمنه من (مفاهيم، وعلاقات، ومهارات).

٢- تحديد أهداف الدرس.

٣- تحديد الوسائل التعليمية.

٤- التمهيد للدرس.

٥- طرق التعليم والتعلم.

٦- تقويم الدرس.

٧- الواجب المنزلي.

وفيما يلي توضيح لكل مكون من هذه المكونات:

أولاً: تحليل محتوى الدرس:

حتى يتمكن المعلم من تدريس موضوعات الرياضيات بأفضل أسلوب ممكن يجب أن يقوم قبل بداية إعداد خطة أي درس بتحليل محتوى الدرس إلى جوانب التعلم الأساسية المتضمنة به من مفاهيم، ومبادئ، ومهارات والتي ينبغي أن يكتسبها المتعلم في نهاية الدرس، وعندما يقوم المعلم بتحديد محتوى الدرس من خلال عملية التحليل يجيب على سؤال هام جداً هو، ماذا نتعلم في الرياضيات؟

ولقد اتفق التربويين في مجال تعليم الرياضيات على أنه يمكن تحليل محتوى الرياضيات المدرسية إلى ثلاثة عناصر هي: المفاهيم والعلاقات والمهارات والتي تمثل جوانب التعلم المعرفية في الرياضيات وفيما يلي سوف نوضح المقصود بكل منها مع إعطاء أمثلة توضيحية.

١ - *المفاهيم الرياضية*

المفاهيم الرياضية تعتبر هي اللبنات الأساسية في البناء الرياضي وتصبح الرياضيات ذات معنى وأكثر فهماً ووضوحاً إذا أدرك التلاميذ المفاهيم الرياضية ومعناها وتفسيرها.

ويعرف قاموس التربية المفهوم الرياضي بأنه عبارة عن فكرة أو مجموعة من الأفكار تستخدم لتنظيم مجموعة من المدركات ويعبر عنه بكلمة أو رمز أو اسم للمفهوم. ويعرفه "وليم عبيد" بأنه تكوين عقلي Mental Construct ينشأ عن تجريد خاصية (أو أكثر) من مواقف متعددة يتوفر في كل منها هذه الخاصية حيث

تعزل هذه الخاصية مما يحيط بها في أي من المواقف المعنية وتعطي اسماً يعبر عنه بلفظ أو برمز.

أمثلة المفاهيم الرياضية في المدرسة الابتدائية

المثلث- المستطيل- المضاعف المشترك الأعلى- الكسر العادي- الكسر العشري- النسبة- القطعة المستقيمة- الجمع- الطرح- ..... الخ.

أمثلة المفاهيم الرياضية في المرحلة الإعدادية

المجموعة- العدد الزوجي- العدد الفردي- عدد نسبي- عدد غير نسبي- متوازي الأضلاع- الزوج المرتب- الوسيط- المنوال... الخ.

٢ - العلاقات (التعميمات الرياضية)

يقصد بالعلاقات ارتباط بين مفهومين أو أكثر، وقد تكون العلاقة وصفية كما في التعاريف والمسلمات والنتائج والنظريات كما قد تكون في صورة قوانين لفظية أو رمزية مثل قانون مساحة المثلث والتي نعبر عنها بدلالة مفهومين آخرين هما القاعدة والارتفاع م = $\frac{1}{2}$ق ع. وتسمى التعميمات أحياناً مبادئ أو علاقات.

ومن أمثلة العلاقات الرياضية في المرحلة الابتدائية

- محيط الشكل المضلع= مجموع أطوال أضلاعه.
- مساحة سطح المربع= طول الضلع × نفسه.
- المتر المربع= ١٠٠٠٠ سم مربع.
- مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي ١٨٠ درجة.
- مساحة سطح المستطيل= الطول × العرض.

ومن أمثلة العلاقات الرياضية في المرحلة الإعدادية

أ- القوانين الرياضية:قانون توزيع الضرب على الجمع في الأعداد

أ × (ب + جـ) = (أ × ب) + (أ × جـ)

- قوانين الأسس $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

- مساحة الدائرة = ط $نق^{2}$

ب- المسلمات والبديهيات:أقصر بعد بين نقطتين هو الخط المستقيم الواصل بينهما

إذا كان أ = ب، ب = جـ، فإن أ = جـ

جـ- النظريات الرياضية:نظرية فيثاغورس: مساحة سطح المربع المنشأ على الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مساحتي سطحي المربعين المنشأين على ضلعي القائمة.

د- المبادئ والقواعد:مثل مبدأ الإبدال أ + ب = ب + أ

ومن أمثلة القواعد: تحليل مقدار $أ^{2} - ب^{2}$ = (أ - ب) (أ + ب)تحليل فرق مربعين

٣- *المهارات الرياضية*

المهارة الرياضية تعرف في قاموس التربية بأنها القدرة على استخدام الطرق الرياضية الإجرائية مثل إجراء العمليات الحسابية والاستقراء والاستدلال والتجريد ويرى "وليم عبيد" أن المهارة الرياضية تتراوح بين مجرد تطبيق قاعدة وبين أعمال تحتاج إلى ربط وتحليل أو عمليات أعلى من المستوى الإجرائي الأول.

والسلوك أو الأداء الذي يتصف بالمهارة يتميز بالدقة والسرعة والاقتصاد في الجهد عند أدائه. وتنقسم المهارات الرياضية إلى نوعين هما:

١- **مهارات حركية يدوية (عملية):** ويقصد بها مجموعة المهارات التي تعتمد على العمل اليدوي مثل الرسم والقياس وغيرها.

٢- **مهارات عقلية أكاديمية:** وهي مجموعة المهارات الدراسية التي تمكن التلميذ من دراسة الرياضيات مثل مهارات التطبيق والتصنيف والكشف ومهارات التعبير والفحص والتعليل الرياضي.

ومن أمثلة المهارات الرياضية في المرحلة الابتدائية:

- ترتيب الأعداد تصاعدياً وتنازلياً.
- إجراء عمليات القسمة على أعداد مكونة من رقمين أو أكثر.
- تحويل الكسر العادي إلى كسر عشري والعكس.
- تحويل النسبة المئوية إلى كسر اعتيادي.
- حساب مساحة سطح كل من المستطيل والمربع.
- رسم مثلث بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة.
- استخدام حاسبة الجيب في كتابة الأعداد وإجراء العمليات الحسابية الأربعة.
- حساب حجم كل من المتوازي والمكعب.
- رسم دائرة بمعلومية نصف قطرها.
- تقسيم كمية إلي جزئين أو أكثر بنسب متساوية.

ومن أمثلة المهارات في المرحلة الإعدادية:

- تمثيل المجموعات بأشكال فن.
- تحليل مقدار جبري باستخراج العامل المشترك.

- تمثيل الأعداد الطبيعية على خط الأعداد.
- رسم متوازي الأضلاع.
- حل معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد.
- تنصيف قطعة مستقيمة.

والأمثلة السابقة للمهارات الرياضية سواء عملية أو عقلية توضح أن اكتساب المهارة لا ينفصل أبداً عن تعلم واكتساب المعرفة الرياضية المتضمنة في المهارة، فاكتساب مهارة مثل رسم مثلث بمعلومية أطوال أضلاعه لا ينفصل عن تعلم مفهوم المثلث وأنواعه، وكذلك لاكتساب مهارة تحليل مقدار جبري باستخراج العامل المشترك، لابد أولاً من تعلم مفهوم العامل المشترك بين مجموعة حدود ومفهوم المقدار الجبري وهكذا في باقي الأمثلة ويعني ذلك أن أول ما يدرس في الرياضيات من محتوى هو المفاهيم الرياضية وعندما يدرك الطلاب هذه المفاهيم الرياضية فإنهم يدركون خواصها والعلاقة بينها وينتج عن ذلك التعميات (العلاقات الرياضية) وهي ثاني الأشياء التي تدرس في الرياضيات ويدرس الطلاب هذه المفاهيم والعلاقات الرياضية بغرض اكتساب المهارة في استخدامها وتطبيقاتها وينتج عن ذلك اكتساب الطلاب المهارات الرياضية وهي ثالث الأشياء التي تدرس في الرياضيات.

ثانياً: تحديد أهداف الدرس

تعتبر الأهداف التعليمية هي نقطة الانطلاق في خطة الدرس اليومي، وتشير الأهداف التعليمية إلى ما يسعى المعلم إلى تحقيقه من وراء تدريسه، وتصف ما نتوقع أن يتعلمه الطالب ويؤديه ولذا يشار إليها أحياناً بالأهداف الأدائية أو السلوكية نسبة إلى التغير الحادث في سلوك المتعلم. والتحديد الجيد للأهداف التعليمية ومستوياتها

ومدى تناسبها مع مستويات التلاميذ يساعد المعلم على الاختيار الجيد للوسائل التعليمية واستراتيجيات التدريس المناسبة، وكذلك الأساليب المناسبة للتقويم وفي الفصل السابق تحدثنا عن الأهداف التعليمية بالتفصيل ومستوياتها ومجالاتها وكيفية صياغتها، ونؤكد هنا على أهمية وضوح الهدف التعليمي من حيث الصياغة حتى يمكن قياسه، ويمكن لك عزيزي الطالب المعلم أن تحكم على صياغتك للأهداف من خلال الإجابة على الأسئلة التالية:

١- هل يبدأ الهدف بفعل مناسب؟

٢- هل صيغ الهدف بشكل يصف سلوك المتعلم؟

٣- هل صيغ الهدف في صورة ناتج تعليمي أم وصف لأنشطة التعليم والتعلم؟

٤- هل صيغ الهدف في صورة ناتج تعليمي واحد أم لا؟

٥- هل الهدف واقعي ويمكن تحقيقه؟

٦- هل الهدف يمكن قياسه؟

ثالثاً: تحديد الوسائل التعليمية

تعتبر الوسائل التعليمية من المكونات الأساسية في إعداد الدرس اليومي والتخطيط له وذلك لما لها من دور هام في تحقيق أهداف الدرس، وبالتالي يجب على المعلم أن يقوم بتحديد تلك الوسائل مسبقاً في ضوء أهداف الدرس الذي سيقوم بتدريسه، ثم يقوم بالتخطيط الجيد لاستخدام هذه الوسائل التعليمية وتوقيت تحديد استخدامها، ومن سوف يستخدمها قد يكون المعلم أو الطلاب، وقد تستخدم الوسيلة في بداية الدرس لإثارة دافعية الطلاب للدرس وتهيئتهم لما سيلقي عليهم، أو تستخدم في عرض محتوى الدرس لتوضيح بعض المفاهيم المتضمنة بالدرس

وإكساب التلاميذ بعض المهارات الرياضية وذلك اعتماداً على مواقف محسوسة، أو يستخدمها المعلم في نهاية الدرس لتقويم تعليم التلاميذ من خلال توجيه الأسئلة.

والوسائل التعليمية التي تستخدم في تدريس الرياضيات كثيرة ومتنوعة منها الأدوات الهندسية المعروفة (الحافة المستقيمة- الفرجار- المثلث...) وكذلك أجهزة العرض (أجهزة عرض الشرائح والشفافيات) والمجلات الرياضية واللوحات والبطاقات- المعداد- المجسمات- الأفلام التعليمية- أعواد الثقاب...الخ ولا يجب على المعلم أن يعتمد فقط على السبورة والكتاب المدرسي ولكن يجب عليه أن يفكر ويصمم وسائل تعليمية مناسبة لأهداف درسه.

وهناك اعتبارات هامة يجب مراعاتها عند اختيار واستخدام الوسائل التعليمية هي:

- صحة محتوى الوسيلة وخلوها من الأخطاء العلمية والفنية.
- سهولة استخدام الوسيلة وبعدها عن التعقيد وتميزها بالبساطة.
- الحصول على الوسيلة قبل موعد استخدامها لتحديد ودراسة محتوياتها بدقة.
- تجريب الوسيلة قبل استخدامها في الموقف التدريسي للتأكد من سلامتها.
- إعداد المكان المناسب لعرض الوسيلة قبل استخدامها.
- إتاحة الفرصة للمشاركة الإيجابية أثناء عرض الوسيلة.

رابعاً: التمهيد للدرس (التهيئة)

يقصد بالتمهيد أو التهيئة كل ما يقوله المعلم أو يفعله في بداية الدرس بغرض استثارة دوافع التلاميذ ورغباتهم نحو موضوع الدرس الجديد، والهدف من ذلك هو جعل التلاميذ في حالة ذهنية وانفعالية وجسمية تؤهلهم لتلقي المعلومات الرياضية

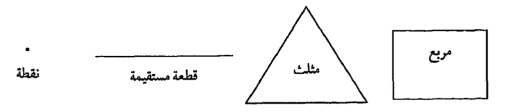
الجديدة، وهذا الجزء من الدرس يدخل البهجة في نفوس التلاميذ فيقبلون على التعلم ويهتمون وينتبهون إلى ما يقوم به المعلم، وهذه المرحلة من الدرس تستغرق تقريباً (٥ – ١٠ دقائق) وتساعد التهيئة المعلم على ربط موضوع الدرس الجديد بخبرات التلاميذ السابقة مما يساعد التلاميذ أيضاً على الفهم الصحيح والتعلم ذو المعنى.

وهناك طرق ومداخل متعددة لإثارة انتباه التلاميذ لتعلم الرياضيات ومنها:

١ – مدخل استخدام الألعاب والألغاز:

يمكن للمعلم استخدام الألغاز والألعاب الرياضية كمدخل تمهيدي للدرس كما في الأمثلة التالية:

أ– لتدريس بعض المفاهيم الهندسية مثل القطعة المستقيمة والمثلث والمربع يمكن أن نقدم لعبة الكراسي الموسيقية.



ب– عند دراسة موضوع القيمة المكانية للأرقام يمكن عرض اللغز الرياضي التالي (الأعداد الهاربة).

- ابحث عن عددين هاربين، اختفي عددين من هذه الصفحة وإليك مواصفاتها : كل منهما يتكون من أربعة أرقام، رقم الآلاف في كل منهما نصف رقم الآحاد، ورقم العشرات ثلث رقم المئات، ورقم المئات يزيد عن رقم الآحاد (١)، هل تعرف هذين العددين.

جـ- عند دراسة مربعات الأعداد والجذور التربيعية: يمكن تقديم اللعبة التالية كتمهيد

اضرب (٢ × ٣ × ٤ × ٥) + ١ = ١٢١ = (١١)^{٢}

(٣ × ٤ × ٥ × ٦) + ١ = ٣٦١ = (١٩)^{٢}

(٤ × ٥ × ٦ × ٧) + ١ = ٨٤١ = (٢٩)^{٢}

(٥ × ٦ × ٧ × ٨) + ١ = ١٦٨١ = (٤١)^{٢}

ماذا تلاحظ على الناتج... وماذا تستنتج...

حاصل ضرب أربعة أعداد متتالية مضافاً إليها الواحد الصحيح هو على صورة مربع كامل.

د- عند دراسة موضوع (ضرب عدد مكون من ثلاثة أرقام في عدد مكون من رقمين) يمكن التهيئة والتقديم للدرس باستخدام اللعبة التالية:

- خذ أي عدد مكون من ثلاثة أرقام واضربه × (١١) ثم اضرب الناتج × (٩١) سوف تحصل على العدد مكرر مرتين كما يلي:

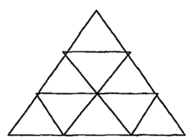
١٠٣ × ١١ = ١١٣٣ × ٩١ = ١٠٣١٠٣

٩٢٥ × ١١ = ١٠١٧٥ × ٩١ = ٩٢٥٩٢٥

٢٨٦ × ١١ = ٣١٤٦ × ٩١ = ٢٨٦٢٨٦

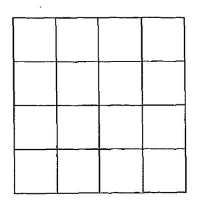
هـ- عند دراسة موضوع المثلث وأنواعه يمكن تقديم اللعبة التالية كتمهيد:

كم عدد المثلثات الموجودة في الشكل المقابل.



و- عند دراسة محيط ومساحة المربع يمكن التمهيد باستخدام اللعبة التالية:

كم عدد المربعات الموجودة بالشكل المقابل؟



بالإضافة إلى ذلك توجد العديد من الألعاب والألغاز والمغالطات الرياضية من عجائب الأرقام يمكن الاستعانة بها عند تهيئة التلاميذ لدراسة موضوعات الرياضيات.

٢- المدخل التاريخي:

يستخدم تاريخ الرياضيات في التمهيد لدراسة الموضوعات الجديدة في الرياضيات من خلال عرض نبذة تاريخية عن بعض العلماء الرياضيين أصحاب النظريات والقواعد الرياضية ذات الصلة بموضوع الدرس.

مثال (١):

أوجد مجموع المتوالية الحسابية

١ + ٢ + ... +١٠٠

يمكن للمعلم أن يسرد قصة الرياضي الصغير "كارل جاوس" فعندما حاول معلمه أن يحافظ على هدوء الفصل لفترة طلب من جميع التلاميذ جمع الأعداد من ١ إلى ١٠٠ ودهش عندما أعطى كارل جاوس الإجابة في دقيقتين وعندما سأله كيف حصل على الناتج أجاب بأنه قام بالآتي:

كتبت ١ + ٢ + ٣ + ... + ٩٩ + ١٠٠

ثم وضعت ١٠٠ + ٩٩ + ٩٨ + ... + ٢ + ١

وقمت بالجمع ١٠١ + ١٠١ + ١٠١ + ١٠١+ .... + ١٠١

إذن المجموع= $\frac{١٠١ \times ١٠٠}{٢}$ = ٥٠٥٠

مثال (٢)

عند تدريس موضوع العوامل يمكن أن يمهد المعلم للتلاميذ بقصة حسبة برما وهي قصة من التراث الرياضي.

مثال (٣)

عند دراسة موضوعات الجبر يمكن أن يمهد المعلم للتلاميذ بأن أول من استخدم كلمة جبر وهو منشئ علم الجبر الرياضي الشهير بـ(الخوارزمي).

مثال (٤)

عند دراسة موضوعات الهندسة ونظرياتها يمكن الإشارة إلى الشخصيات

التاريخية التي كان لها دور في تطور علم الرياضيات أمثال إقليدس، فيثاغورس، طاليس.

٣- مدخل الإشارة إلى أهمية الموضوع في الحياة العملية

يشعر المعلم بأهمية امتلاك المعرفة الرياضية وفائدتها إذا كانت لها تطبيقات في حياته العملية وبمواقف خارج إطار حجرة الدراسة وخاصة في المرحلة الابتدائية، فعند دراسة موضوعات الأعداد يجب أن يشير المعلم إلى أهمية الأعداد في استعمال التلفون وقراءة عداد المياه والكهرباء وأرقام السيارات والمنازل، وعند دراسة العمليات الحسابية (+، -، ×، ÷) يجب أن يشير المعلم في البداية إلى أهميتها في البيع والشراء وكذلك إذا كنت بصدد تدريس النسبة المئوية وموضوع الحجوم والمساحات فمن الضروري أن تبدأ بالإشارة إلى أهمية دراسة تلك الموضوعات في حياة التلميذ فيزداد الدافع لديه لتعلمها وتطبيقها.

وفي المرحلة الإعدادية يمكن الإشارة إلى أهمية النظريات الهندسية في الإنشاءات والمباني، وكذلك دراسة الاحتمالات وتطبيقاتها في الطب والزراعة والإنتاج السلعي وأهمية دراسة موضوع المصفوفات في تنظيم البيانات في الشركات والمصانع والمدارس، وكذلك موضوعات المجموعات، ومعادلات الأعداد النسبية، فكل موضوع يشعر التلميذ بأهميته يتولد لديه الحافز لدراسته.

٤- مدخل استكمال المعلومات

ويعتمد هذا المدخل على استغلال رغبة التلاميذ الطبيعية في استكمال المعلومات في موضوع معين، وذلك عن طريق توجيه الطلاب إلى اكتشاف ما ينقصهم من معلومات بأنفسهم، مع ضرورة الانطلاق من المعلومات المعروفة لدى التلاميذ، فعند تدريس موضوع رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة في

المرحلة الابتدائية يبدأ المعلم من الطرق التي درسها سابقاً لرسم المثلث بمعلومية ضلعين وزاوية ثم زاويتان وضلع ثم يضعهم أمام مشكلة رياضية تتطلب رسم مثلث مع وجود ثلاثة أضلاع وبهذا يشعر التلاميذ بالحاجة لدراسة هذا الموضوع.

وفي المرحلة الإعدادية يمكن للمعلم أن يمهد لدرس الأعداد النسبية من خلال استعراض مجموعة الأعداد التي تمت دراستها من قبل (الأعداد الطبيعية، الأعداد الصحيحة) ويطلب منهم استخدامها في حل المعادلة ٧س = ٣، وهنا يشعر التلاميذ بأهمية دراسة الأعداد النسبية لإيجاد مجموعة الحل للمعادلة ويتوصلوا مع المعلم إلى أن دراستها استكمال لمعلوماتهم عن الأعداد لأن ط ⊂ ص ⊂ ن.

٥- مدخل المراجعة

وهو من أكثر المداخل استخداماً بين المعلمين، فالدخول في الدرس الجديد يكون من خلال مراجعة الدرس السابق، للتأكد من فهم التلاميذ له والتأكد من وجود المعلومات والمفاهيم الرئيسية للموضوع الجديد، فيشعر التلاميذ بالترابط والتتابع بين المفاهيم والمهارات الرياضية، ويؤدي ذلك إلى فهم أفضل وأعمق.

٦- مدخل عرض الأهداف التدريسية

فعندما يقوم المعلم في بداية درسه بإعلام المتعلمين بالأهداف المطلوب تحقيقها في نهاية الدرس يساعد المتعلمين على الاشتراك بفاعلية في تحقيق تلك الأهداف، ويقوم بعض المدرسين بكتابة أهداف الدرس على جانب من السبورة ويناقش طلابه في المقصود منها ومعاني الكلمات الواردة بها كأن يكتب المعلم على السبورة: أن يقرأ التلاميذ البيانات من خلال شكل بياني. ويبدأ في مناقشته مع التلاميذ عن معنى البيانات وما هو الشكل البياني، وكيف يمكن قراءته وهكذا حتى يصل لتحقيق

الهدف في نهاية الدرس من خلال قراءة التلاميذ للبيانات باستخدام أشكال بيانية متنوعة.

٧- مدخل الوسائل التعليمية

يمكن لمعلم الرياضيات أن يستخدم الوسيلة التعليمية كمدخل مناسب لتقديم الدرس فهناك العديد من المجسمات والنماذج والألعاب الرياضية والأفلام والشرائح والأدوات التي يمكن عرضها أمام التلاميذ ومناقشتهم فيها وكيفية استخدامها مما يساعد على جذب انتباههم لدراسة الموضوع.

٨- مدخل استعراض واجبات الدرس السابق

يفيد هذا المدخل في استعراض حلول التلاميذ للواجبات المنزلية واكتشاف الأخطاء الشائعة وتصويبها، وكذلك ربط ما درسه التلاميذ بها سوف يدرسونه واستغلال ما لديهم من معلومات في التمهيد للدرس الجديد.

٩- مدخل التتابع المنطقي للمفاهيم

يعتمد هذا المدخل على التسلسل المنطقي في عرض المفاهيم التي يتم تقديمها للمتعلم، وخلق الدافع لديه لزيادة معلوماته وكمثال يدرس المتعلم مفهوم المحيط للأشكال الهندسية (مثلث- مربع- مستطيل- دائرة) ولزيادة معلوماته يدرس مفهوم جديد هو مفهوم الحجم للأشكال ذات الثلاثة أبعاد (المكعب- متوازي المستطيلات).

١٠- مدخل تحدي عقول التلاميذ

يمكن لمعلم الرياضيات أن يثير حماس المتعلمين وإيجابيتهم للدرس من خلال طرح الأفكار والمسائل التي تتحدى عقولهم، وبشكل يتناسب مع قدرتهم العقلية

والإمكانات المتاحة لهم، وتكون مشكلات رياضية قصيرة غير معقدة عند دراسة ضرب عدد مكون من رقمين في عدد مكون من رقمين.

مثال:

٩٣ × ١٣ = ٣٩ × ٣١ = ١٢٠٩

يطرح المعلم السؤال التالي:

هل هذه القاعدة صحيحة دائماً أم في حالة معينة؟ وما هي هذه الحالة؟

يمكن أن يفكر التلاميذ ثم يلاحظوا العلاقة بين أرقام العدد الأول وعلاقتها بالعدد الثاني، ويتوصلوا إلى أن هذه القاعدة صحيحة في حالة واحدة فقط هي أن حاصل ضرب آحاد العدد الأول × آحاد العدد الثاني= حاصل ضرب عشرات العدد الأول × عشرات العدد الثاني.

خامساً: طرق التعليم والتعلم

إن اختيار طريقة التدريس المناسبة لعرض الخبرات التعليمية من أهم سمات المعلم الناجح، ويرتبط اختيار المعلم لطريقة تدريس دون غيرها بعدة عوامل منها طبيعة الدرس، ومستوى التلاميذ، والأهداف المطلوب تحقيقها في نهاية الدرس، وتتنوع طرق التدريس حسب الأهداف المصاغة من إلقاء أو مناقشة أو اكتشاف أو حل مشكلات أو عرض عملي... وغيرها من الطرق، ويجب أن يختار المعلم ما هو مناسب لتحقيق أهداف درسه وينوع كذلك من طرق التدريس المستخدمة.

وتتكامل طرق التدريس المستخدمة مع الأنشطة التعليمية والوسائل التعليمية المستخدمة وعلى المعلم أن يراعي ذلك أثناء التخطيط لدروسه فهذه المكونات عبارة عن منظومة تتفاعل وتتناغم من أجل تحقيق هدف محدد، ولا توجد طريقة تدريس

مثلي تصلح لكافة الأهداف التعليمية ولكن الطريقة المثلى هي التي تناسب الموقف التعليمي وتحقق أهداف الدرس.

وسوف نتعرف في الفصل القادم على العديد من طرق تقديم الدرس للتلاميذ ونتعرض لكل منها بالتفصيل.

سادساً: تقويم الدرس

يعد التقويم من أهم مكونات خطة الدرس اليومي فالمعلم يجب أن يقوم أداءه وأداء تلاميذه، فتقويم المعلم للتلاميذ يساعده على التحقق من مدى تحقيق الأهداف التعليمية والتعرف على نواحي القوة والضعف حتى يمكن تلافيها في الدروس القادمة، والتقويم يساعد المعلم على تحديد ما يلي:

- مدى تعلم التلاميذ ومستوياتهم.
- أوجه القصور في خطة الدرس حتى يتفاداها في المخططات التالية.
- مدى فاعلية طرق التدريس المستخدمة في الدرس.
- مدى فاعلية الوسائل والأنشطة التعليمية المستخدمة.

ومن خلال النقاط السابقة يستطيع المعلم أن يقوم نفسه ويحدد بدقة مستوى أدائه (ممتاز- جيد- ضعيف).

سابعاً: الواجب المنزلي

الواجب المنزلي هو جزء مكمل للعمل داخل الفصل حيث أن زمن الحصة لا يكفي عادة لمشاركة جميع التلاميذ أثناء حل الأسئلة والتمارين، ويجب على المعلم أن يهتم بالتخطيط للواجبات المنزلية والتنوع فيها، فقد تكون تطبيقاً مباشراً لما درسه التلاميذ في الفصل أو تدريباً على بعض المهارات.

وتتمثل مبررات الاهتمام بالتخطيط للواجبات المنزلية في أنها:

١- تجعل دور التلميذ إيجابي وفعال في عملية التعلم.

٢- تتيح الفرصة للمتعلم في أن يعمل وفق جهده وسرعته لمراعاة الفروق الفردية بين المتعلمين.

٣- تثبيت معلومات التلاميذ وجعها أكثر فهماً وعمقاً.

٤- إتاحة الفرصة للمتعلم للتعلم الذاتي.

لذا يجب على المعلم مراعاة عدة اعتبارات هامة عند تحديد الواجبات المنزلية منها ما يلي:

١- ألا يمثل الواجب المنزلي عبئاً على التلاميذ من حيث الكم، ويكتفي بتمرين أو اثنين.

٢- تنوع الواجبات المنزلية وفقاً لمستويات التلاميذ وقدرتهم.

٣- أن تتصف بالإبداعية فلا تتضمن مجرد تكرار روتيني لما تم حله أثناء الحصة من تمارين.

٤- تصحيح الواجب المنزلي كل يوم وتقديم تغذية راجعة لكل تلميذ حسب درجة الخطأ.

نموذج لخطة درس يومي

نموذج (١)

بيانات الدرس

موضوع الدرس	التاريخ	الحصة	الفصل
مساحة المربع	....	....	....

❖ تحليل محتوى الدرس

المفاهيم: مفهوم المربع

العلاقات: مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

المهارات: حساب مساحة سطح مربعات مختلفة باستخدام القانون

❖ أهداف الدرس

في نهاية هذا الدرس يجب أن يكون التلميذ قادراً على:

١- يستنتج التلميذ قانون مساحة سطح المربع.

٢- يحسب التلميذ مساحة سطح المربع.

٣- يحسب التلميذ طول ضلع المربع إذا علم مساحته.

٤- يستخدم قانون مساحة سطح المربع في حل مشكلات حياتية.

❖ الوسائل التعليمية

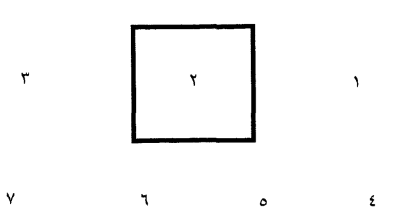
ورق مربعات- متر (مازورة)- مساطر مدرجة- ورق مقوى على شكل مربعات مختلفة المساحة.

❖ خطوات عرض الدرس

أولاً التهيئة:

يمهد المعلم للدرس من خلال رسم عدة أشكال على السبورة ويطلب من التلاميذ تحديد المربعات منها للتأكد من وضوح مفهوم المربع في أذهان التلاميذ ولإثارة دافعيتهم لتعلم الدرس الجديد وذلك كما يلي:

حدد المربعات من بين الأشكال التالية:



ويميز التلاميذ المربعات المرسومة على السبورة من الأشكال الهندسية الأخرى بتحديد أرقامها (٢)، (٥) ويتأكد بذلك المعلم من إدراك التلاميذ لمفهوم المربع كمتطلب أساسي لتعليم الدرس الحالي وذلك بعد مناقشتهم في مفهوم المربع وخواصه ويستنتجوا أنه "شكل رباعي له أربع أضلاع متساوية وأربع زوايا قوائم" ثم يطرح المعلم السؤال التالي لإثارة انتباه التلاميذ:

المعلم: تعلمنا في الدرس السابق أن نحسب مساحة المستطيل، فمن منكم يتذكر قانون حساب مساحة المستطيل؟

التلميذ: مساحة المستطيل= الطول × العرض

المعلم: واليوم نريد أن نتوصل لقانون حساب مساحة سطح المربع، ثم يطلب من التلاميذ القيام بالنشاط التالي:

نشاط (١)

يوزع المعلم على جميع التلاميذ صفحة من ورق المربعات ثم يطلب منهم أن يقوموا برسم مربع طول ضلعه ٥سم باستخدام المسطرة على ورق المربعات ويناقش التلاميذ كما يلي:

المعلم: ما مساحة سطح المربع الذي رسمته؟

التلميذ: مساحة سطح المربع= عدد السنتمترات المربعة التي يتكون منها سطحه

= ٥سم^{٢} + ٥سم^{٢} + ٥سم^{٢} + ٥سم^{٢} + ٥سم^{٢} = ٢٥سم^{٢}

المعلم: إجابة صحيحة، ولكن هل يمكن أن نعبر عن نفس المساحة بشكل آخر؟

تلميذ آخر: مساحة سطح المربع= الطول × العرض

= ٥سم × ٥سم = ٢٥سم^{٢}

المعلم: إجابة صحيحة، وذلك لأن طول ضلع المربع يساوي عرضه لأننا ذكرنا سابقاً أن الأضلاع الأربعة متساوية في الطول.

التلميذ: إذاً مساحة المربع= طول الضلع × نفسه

المعلم: إجابة صحيحة، وهذا هو القانون الذي سوف نستخدمه في حساب مساحة أي مربع وبذلك يتحقق الهدف الأول من الدرس.

ويطلب المعلم من التلاميذ حل النشاط التالي:

نشاط (٢)

١- استخدم ورقة المربعات التي أمامك في رسم مربع طول ضلعه ٧سم ثم احسب مساحته.

٢- ضع علامة (√) أو علامة (×) أمام ما يناسبها من العبارات التالية:

(أ) مربع طول ضلعه ١٠سم تكون مساحته ٤٠سم^{٢} (   )

(ب) مربع مساحته ٢٥سم^{٢} فيكون محيطه ٢٠ (   )

(جـ) مساحة المربع = طول الضلع × ٤ (   )

- ولتحقيق الهدف الثاني للدرس:

يعطي المعلم لكل مجموعة من التلاميذ مجموعة من المربعات المصنوعة من ورق مقوى ملون، ومرقمة من (١-٦) ويطلب منهم قياس طول ضلع كل مربع باستخدام المسطرة المدرجة ثم حساب مساحة كل مربع باستخدام القانون وتدوين النتائج في جدول.

ثم يناقش المعلم التلاميذ فيما توصلوا إليه من نتائج وتعزيز الإجابات وتقديم تغذية راجعة فورية للتلاميذ الذين حصلوا على نتائج خاطئة.

- ولتحقيق الهدف الثالث من الدرس: يطرح المعلم السؤال التالي:

المعلم: ما طول ضلع المربع الذي مساحته ٢٥سم^{٢}.

التلميذ: العدد الذي إذا ضرب في نفسه يعطي ٢٥ وهو العدد ٥

إذن طول ضلع المربع= ٥سم

المعلم: إجابة صحيحة

المعلم: ما طول ضلع المربع الذي مساحته ٨١سم^{٢}

التلميذ: طول ضلع المربع ٩سم لأن ٩ × ٩ = ٨١

المعلم: إجابة صحيحة

ثم يطلب المعلم من التلاميذ تحديد أطوال أضلاع المربعات التي مساحاتها هي: ١٩٦، ٦٢٥، ٦٤، ١٢١

ويناقش المعلم التلاميذ فيما توصلوا إليه من إجابات وتقديم تغذية مرتدة مناسبة لكل تلميذ.

- ولتحقيق الهدف الرابع للدرس يطرح المعلم السؤال التالي:

- هل يمكن أن نحسب مساحة سطح الفصل، مساحة سطح بلاطة، مساحة أرضية الفصل، مساحة مفرش المنضدة.

ويقوم التلاميذ بالتعاون فيما بينهم وباستخدام متر خشبي أو مازورة في القياس والتأكد من أن الأشياء السابقة على شكل مربع، ثم حساب مساحة كل منها، ويناقش المعلم التلاميذ فيما توصلوا إليه من نتائج.

وللتأكد من فهم التلاميذ ولتوضيح أهمية الرياضيات في حل المشكلات الحياتية يطلب المعلم من التلاميذ حل التمرين التالي:

تمرين:

قطعة زجاج مستطيلة الشكل طولها ٦٠سم وعرضها ٤٠سم إذا صنع منها براويز مربعة الشكل طول ضلع الواحد منها ٢٠سم، احسب عدد البراويز التي يمكن صنعها.

ويوجه المعلم التلاميذ إلى الحل يتطلب الاستفادة من الدرس السابق وهو مساحة المستطيل.

التقويم: أكمل ما يلي:

١- مساحة المربع= .... × ....

٢-

طول ضلع المربع	....	١٢	....	١٦
مساحة المربع	٤٠٠	....	٢٢٥	....

٣- حديقة على شكل مربع طول ضلعه ٢٥ متراً، وحديقة أخرى على شكل مستطيل طوله ٣٠متراً وعرضه ١٥متراً أوجد مجموع مساحتي الحديقتين؟

الواجب المنزلي: حل تمارين الكتاب ص........ رقم........، ....،
....

أسئلة التقويم الذاتي:

١- وضح أهمية التخطيط لتدريس الرياضيات بالنسبة لواضع المنهج والمعلم؟

٢- قم بإعداد خطة درس يومي في الرياضيات في المرحلة التي تتدرب بها.

الفصل الثالث
طرق واستراتيجيات تعليم وتعلم الرياضيات

* مقدمة.
* مفاهيم (الإستراتيجية- الطريقة)
* معايير اختيار طريقة التدريس الناجحة.
* طريقة المحاضرة (الإلقاء).
* طريقة المناقشة

- طريقة الاكتشاف
- الطريقة المعملية
- طريقة الألعاب التعليمية
- إستراتيجية التعلم التعاوني
- إستراتيجية العصف الذهني
- إستراتيجية فكر- زاوج- شارك
- إستراتيجيات الذكاءات المتعددة

مقدمة:

تتعدد الطرق والاستراتيجيات التي يمكن لمعلم الرياضيات أن يستخدمها في تعليم الرياضيات، ولذا يجب ألا يستخدم طريقة واحدة في كل المواقف التدريسية إذ أن لكل موقف طبيعته وأهدافه، وفيما يلي سوف نوضح الفرق بين الإستراتيجية والطريقة ومعايير الطريقة التدريسية الجيدة، ثم نستعرض مجموعة من طرق واستراتيجيات تعلم الرياضيات.

* مفهوم إستراتيجية التدريس Teaching Strategy

كلمة إستراتيجية مشتقة من الكلمة اليونانية (إستراتيجوس) ومعناها فن القيادة واقتصر استخدامها على الميادين العسكرية وارتبط مفهومها بتطور الحرب وكان مدلولها يختلف من قائد لآخر ومن بلد لآخر، ولكن معظم المدلولات تضمنت النواحي التالية:

(أ) اختيار الأهداف وتحديدها.

(ب) اختيار الأساليب العلمية لتحقيق الأهداف وتحديدها.

(جـ) وضع الخطط التنفيذية.

ولم يعد استخدام الإستراتيجية مقصوراً على الميادين العسكرية، بل أضحى مصطلح الإستراتيجية القاسم المشترك بين كل النشاطات، حيث أن الإستراتيجية بمفهومها العام تعني مجموعة من القواعد العامة أو الخطوط العريضة التي تعنى بتحقيق هدف ما.

ولكن ماذا عن الإستراتيجية التدريسية؟

عملية التدريس عملية تفاعل متبادل بين المدرس والتلميذ، والمادة الدراسية هي مادة الاتصال بينهما وتبرز في عملية التدريس عمليتان هما التخطيط والتنفيذ ويعتمد التخطيط أساساً على ما يسمى بالإستراتيجية التدريسية التي تعرف على أنها مجموعة من الخطوط العريضة أو القواعد العامة التي توجه العملية التدريسية لتحقيق هدف ما أو إنها ببساطة مدخل عام لتعليم موضوع ما.

ولابد من التأكيد على أن اختيار الإستراتيجية يجب أن يسبق اختيار طريقة أو أسلوب التدريس لأنها تحدد هذا الأسلوب أو الطريقة.

والإستراتيجية التدريسية هي مجموعة من الإجراءات والممارسات التي يتبعها المعلم داخل الفصل للوصول إلى مخرجات في ضوء الأهداف التي وضعها، وتتضمن مجموعة من الأساليب والأنشطة والوسائل وأساليب التقويم التي تساعد على تحقيق الأهداف.

طريقة التدريس

الطريقة تعني سلوكاً معيناً أو مدخلاً معيناً في مرحلة معينة من مراحل التدريس أثناء الحصة وتضم العديد من الأنشطة والأساليب.

وطريقة التدريس تختلف عن إستراتيجية التدريس، فكما هو واضح أن الإستراتيجية هي خطة من التحركات المتتابعة ينظم بها المعلم عمله داخل الفصل ويوزع فيها زمن الحصة على سلوكيات مختلفة بعضها يقوم هو بها وبعضها يقوم به التلاميذ وجزءاً منها يكون تفاعلاً مباشراً بين المعلم والتلاميذ، وجزءاً آخر يتضمن تفاعلاً بين التلاميذ وبعضهم البعض وجزءاً قد يكون عملاً تقويمياً.

ومن ثم فإن الإستراتيجية أعم وأشمل من الطريقة، وقد تتضمن استخدام أكثر من طريقة في الحصة الواحدة.

معايير اختيار طريقة التدريس الناجحة

لا شك أن الاختيار الدقيق لطريقة التدريس المناسبة للموقف التعليمي هو عامل رئيسي في نجاح عملية التدريس وبناء على ذلك يجب أن يخضع اختيار طريقة التدريس لمجموعة معايير أو أسس عامة تساعد المعلم على انتقاء واختيار الطريقة التي يستخدمها ومن هذه الأسس:

١- أن تناسب الطريقة مستوى التلاميذ في المرحلة التي يقوم المعلم بالتدريس فيها وتتفق مع ميولهم ورغباتهم وقدراتهم.

٢- أن تراعي الطريقة الترتيب المنطقي لمحتوى المنهج المراد تدريسه كالتدرج من السهل إلى الصعب، ومن المعلوم إلى المجهول، ومن البسيط إلى المركب، ومن المحسوس إلى المجرد.

٣- أن تراعي الطريقة المستخدمة الفروق الفردية بين تلاميذ الفصل الواحد من حيث قدراتهم واستعداداتهم.

٤- أن تعتمد الطريقة على إيجابية ومشاركة التلميذ في المناقشة والأنشطة التعليمية وطرح المشكلات والمواقف التي ترتبط بحياة التلاميذ لتثير تفكيره.

٥- أن تثير الطريقة اهتمامات التلاميذ ورغبتهم في الاكتشاف والابتكار.

٦- أن تتيح الطريقة الفرصة للتلاميذ للعمل على فترات ليشعروا بالنجاح ويساعدهم ذلك على الإنجاز والتقدم.

٧- أن تبعث الطريقة المستخدمة على التلاميذ السرور وتساعدهم على الانتباه والتيقظ.

٨- أن تتناسب خطوات الطريقة المستخدمة مع الزمن المخصص لموضوع الدرس.

٩- أن تثير الطريقة التفكير الجيد عند التلاميذ وتساعدهم على استنباط المعلومات من الكتاب المدرسي ومن المصادر الأخرى.

١٠- أن تتصف طريقة التدريس المستخدمة بالمرونة بحيث تقبل التعديل والتغير إذا تطلب الأمر ذلك نتيجة لظروف طارئة على الحصة.

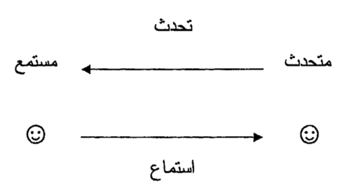
١١- يجب أن تستند طريقة التدريس الجيدة على نظريات التعلم التربوية وتستفيد من تطبيقاتها التربوية، مثل التعلم بالعمل والتعلم باللعب والتعلم بالخبرة والتعلم بالمحاولة والخطأ وقوانين الأثر والاستعداد...الخ.

١٢- أن تنمي طريقة التدريس المستخدمة الاتجاهات السليمة لدى التلاميذ مثل احترام رأي الآخرين والعمل التعاوني، والدقة والنظام في العمل والمشاركة والديمقراطية.

وسوف نعرض فيما يلي نماذج لبعض طرق التدريس التي تستخدم عند تدريس مادة الرياضيات وسوف نلاحظ أن بعض هذه الطرق يوم فيها المعلم بالجهد الأكبر ومنها طريقة المحاضرة وهناك طرق أخرى تعتمد على مشاركة وإيجابية المتعلم مثل طريقة الألعاب والطريقة المعملية كما يتضح لك أهم مميزات وعيوب كل طريقة.

أولاً طريقة المحاضرة (الإلقاء) Lecture Method

تعتبر طريقة المحاضرة من أقدم الطرق المعروفة للتدريس وأكثرها شيوعاً وتعتمد هذه الطريقة على السلوك اللفظي من جانب المعلم والاستماع من جانب المتعلم، فيكون الاتصال دائماً في اتجاه واحد.



ويستخدم معلم الرياضيات هذه الطريقة عندما يرغب في تقديم مجموعة من الأفكار والحقائق والمفاهيم الرياضية التي تحتاج إلى سردها في عبارات متسلسلة ومرتبة بأسلوب شائق وجذاب، وتعتبر هذه الطريقة من أنسب الطرق التي يمكن استخدامها عندما يكون الغرض الذي يسعى إليه معلم الرياضيات هو نقل معلومات يصعب على التلميذ بمفرده أن يصل إليها، مستنداً إلى معلومات سابقة.

وقد عرف "هايت" ١٩٦٣ (Hight) طريقة المحاضرة بأنها طريقة يتحدث فيها المعلم بصفة مستمرة بينما يستمع التلاميذ ويقومون بكتابة المعلومات الهامة في حديثه وجوهر هذه الطريقة والهدف منها هو تدفق ثابت من المعلومات من المعلم إلى التلاميذ.

وعلى الرغم من وجود نقد مستمر لهذه الطريقة حيث أنها تجعل المتعلم في وضع المستقبل السلبي للمعلومات إلا أن هناك كثير ممن يؤيدون استخدامها إذا كان الغرض هو تعلم التلاميذ بعض المعلومات الرياضية التي يصعب عليهم الوصول إليها اعتماداً على أنفسهم فقط أو باستخدام بعض الطرق الأخرى.

واقترح كلارك (Clark,)١٩٧٣ طريقة جديدة للمحاضرة تتكون من الخطوات التدريسية التالية:

١- ابدأ المحاضرة بسؤال أو مشكلة مثيرة للاهتمام.

٢- حاول أن تكون غامضاً بعض الشيء في بداية المحاضرة ولمدة دقائق معدودة.

٣- قل لتلاميذك ما تريد أن تقوله من معلومات.

٤- حاول إيجاد علاقة بين ما يعرف تلاميذك فعلاً وما تريد أن يعرفوه.

٥- استخدم الوسائل التعليمية لتوضيح فكرتك أو تفسير ما قد يكون غامضاً من مفاهيم.

٦- قدّم الطرفة التي تدخل المرح والابتسامة على نفوس التلاميذ.

٧- استخدم الأمثلة كلما سمحت الظروف بذلك.

٨- لا تجعل لمحاضرتك روتين محفوظ ثابت وممل.

٩- اختم المحاضرة بملخص سريع ووافٍ للموضوع.

ويتضح مما سبق أن نجاح هذه الطريقة يتوقف على مهارة المعلم الذي يقوم بعملية الإلقاء وقدرته على التنويع بين ما يستخدمه من مثيرات (أسئلة- ومسائل بصرية أو سمعية- طرائف- أمثلة- ملخصات) حتى لا يشعر التلاميذ بالملل أثناء المحاضرة، ويرى "وليم عبيد" أن استخدام طريقة المحاضرة يتطلب من المعلم القيام بمجموعة من الخطوات الإجرائية المرتبة وهي:

١- **مرحلة التعريف بالمصطلحات:** وفيها يوضح المعلم للتلاميذ المصطلحات والرموز الرياضية الجديدة التي سوف يذكرها خلال شرح الدرس.

٢- **مرحلة شرح المصطلحات:** ويقوم المعلم في هذه المرحلة بشرح مكونات كل تعريف وتوضيحها حتى يستطيع التلاميذ فهمها.

٣- **مرحلة الإجابة على الاستفسارات والأسئلة:** وفي هذه المرحلة يقدّم المعلم الإجابات المناسبة على أسئلة التلاميذ ويوضح النقاط التي يصعب عليهم فهمها وقد يعيد شرح وتعريف بعض المصطلحات.

٤- **مرحلة التلخيص**: وفي هذه المرحلة يقوم المعلم بتلخيص ما ورد في الدرس من مفاهيم أو علاقات في شكل ملخص يسهل على التلاميذ تذكره.

مثال تطبيقي على طريقة المحاضرة (الإلقاء)

موضوع الضرب المتكرر

١- مرحلة التعريف:

سيقوم المعلم في هذه المرحلة بتعريف معنى الضرب المتكرر في الأعداد الصحيحة من خلال تعريف القوة النونية للعدد والمقصود بالأس والأساس وتقديم أمثلة توضح معنى القوة النونية الرابعة ($أ^{٤}$)، والخامسة ($أ^{٥}$)....الخ.

$أ^{٤} = أ \times أ \times أ \times أ$ ، $أ^{٥} = أ \times أ \times أ \times أ \times أ$

٢- مرحلة الشرح:

في هذه المرحلة يوضح المعلم للتلاميذ قوانين الأسس من خلال تقديم قاعدة جمع الأسس في الضرب بمعنى أن $٥^{٢} \times ٥^{٣} = (٥ \times ٥) \times (٥ \times ٥ \times ٥) =$

$٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ = ٥^{٥}$ أي أن $٥^{٢} \times ٥^{٣} = ٥^{٢+٣} = ٥^{٥}$

وكذلك يشرح المعلم قاعدة طرح الأسس في القسمة وتعني أنه في القسمة تطرح أسس الأساسات المتشابهة أي أن

$$٣^{٤} \div ٣^{٢} = \frac{٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣}{٣ \times ٣} = ٣ \times ٣ = ٣^{٢}$$

أي أن $\frac{٣^{٤}}{٣^{٢}} = ٣^{٤-٢} = ٣^{٢}$

ويوضح المعلم للتلاميذ الفرق بين الحالة التي يكون فيها الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس زوجي، والحالة التي يكون فيها الأس عدداً فردياً

$(-٣)^{٢} = ٩$ ، $(-٣)^{٣} = -٢٧$

فالحالة الأولى يكون الناتج موجب والحالة الثانية يكون الناتج سالب

٣- مرحلة الإجابة على الأسئلة والاستفسارات:

وفي هذه المرحلة يقوم المعلم بإعطاء تمارين وتدريبات على الدرس ويوضح للتلاميذ بعض الاعتراضات التي تمنع قواعد الجمع والطرح للأسس إذا كانت الأساسات غير متشابهة وذلك على استفسارات التلاميذ أثناء الحل، مع إعادة شرح أي جزء غير واضح.

٤- مرحلة التلخيص:

ويقوم المعلم هنا بتقديم ملخص الدرس في صورة لفظية أو رمزية

١- في الضرب تجمع أسس الأساسات المتشابهة (المتحدة)

$أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

٢- في القسمة تطرح أسس الأساسات المتشابهة

$\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$ وإذا كانت م = ن فإن $أ^{م-ن} = أ^{م-م} = أ^{٠} = ١$

٣- إذا كان الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس زوجي يكون الناتج عدد زوجي.

٤- إذا كان الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس فردي يكون الناتج عدداً سالباً.

مميزات طريقة الإلقاء

من أهم مميزات طريقة الإلقاء والمحاضرة ما يلي:

١- وسيلة فعالة لنقل معلومات رياضية وتبسيطها حتى يسهل إدراكها واستيعابها من قبل التلاميذ.

٢- تعتمد على الإلقاء اللفظي وتأثيرات الصوت (ارتفاعاً وانخفاضاً) التي تساعد على الإقناع وجذب انتباه الدارسين.

٣- تساعد طريقة الإلقاء المعلم على تقديم جزء كبير من المادة العلمية (المحتوى، مفاهيم، علاقات، مهارات) في وقت قصير وذلك نظراً لتكدس المنهج.

٤- تعتبر طريقة الإلقاء طريقة مناسبة للتدريس للأعداد الكبيرة من الدارسين في وقت واحد بخلاف طرق التدريس الأخرى.

٥- الاقتصاد في التجهيزات الخاصة بالتدريس إذ أنها تتم داخل حجرة الدراسة العادية فتوفر استخدام التجهيزات والأدوات والورش والمعامل.

٦- تفيد المتعلمين عند دراستهم موضوع جديد ليس لديهم خلفية عنه.

٧- تعتبر طريقة جيدة للتلخيص والمراجعة وتقدم حداً أدنى من المعلومات لكل التلاميذ في وقت واحد.

٨- تقل في هذه العملية المشكلات النظامية في الفصل المدرسي حيث أن الاستماع أثناء عملية الإلقاء يتطلب أن يكون الفصل منضبط في أغلب الأحيان.

عيوب طريقة الإلقاء

على الرغم من تعدد مزايا الإلقاء إلا أن لها عيوب كثيرة أقرها المعارضين لاستخدام هذه الطريقة، ومن هذه العيوب:

١- يقع العبء الأكبر في هذه الطريقة على المعلم ما يشعره بالإجهاد والتعب ويؤدي ذلك إلى تناقص كفاءة الأداء لديه في نهاية اليوم الدراسي.

٢- المتعلم سلبي ويقتصر دوره على الاستماع أو الإجابة عندما يطرح المعلم سؤالاً.

٣- يجد معظم الدارسين صعوبة في تركيز الانتباه لفترات طويلة أثناء المحاضرة مما يؤدي إلى إنصرافهم في بعض الأحيان عن موضوع المحاضرة.

٤- لا تراعي هذه الطريقة الفروق الفردية بين المتعلمين وبالتالي تقل دافعيتهم لتعلم الموضوع لأن المعلم يفترض أن جميع التلاميذ على مستوى واحد.

٥- تركيز المعلم أثناء الإلقاء يكون على تنمية الجوانب المعرفية وخاصة المستويات الدنيا منها (التذكر) مع إهمال المستويات العليا للجانب المعرفي (تحليل، تركيب).

٦- تعود هذه الطريقة الدارسين على الكسل وعدم المشاركة في الموقف التعليمي.

٧- تركز هذه الطريقة على العرض اللفظي المجرد وتهمل استخدام الوسائل التعليمية كأجهزة العرض والنماذج مما يسبب الشعور بالملل وعدم الاهتمام بموضوع الدرس وخاصة في المراحل الأولى من التعليم، وعلى الرغم من هذه الانتقادات العديدة التي وجهت لطريقة المحاضرة إلا أنه لا يمكننا الاستغناء عنها في بعض المواقف التدريسية فهي مهمة في تهيئة الدارسين في بداية الدرس وعمل مقدمة له وكذلك تستخدم في عرض ملخص الدرس، ولا يقتصر أسلوب المحاضرة على مدارسنا العربية فقط، ولكنها مستخدمة أيضاً في بعض

المدارس في الولايات المتحدة الأمريكية والدول الأجنبية الأخرى وفيها يقوم المحاضر بالتدريس على مستويين في نفس الوقت فهو يدرس محتوى "Content" كما يدرس مهارة استماع ناقد وتفكير ناقد ويعني ذلك أنه يمكن أن نستفيد من طريقة المحاضرة واستخدامها بجانب طرق أخرى للتدريس لتحقيق أهداف الدرس ويتم ذلك من خلال إدخال بعض التعديلات على هذه الطريقة للتقليل من عيوبها وهذا ما سنتحدث عنه في الجزء التالي.

مقترحات لتحسين طريقة الإلقاء

- حدد هدف واضح ومحدد لموضوع المحاضرة حتى تكون الفكرة الأساسية واضحة لجميع الدارسين.
- خطط لموضوع المحاضرة بشكل منظم حتى يسهل على المتعلمين متابعتك.
- اربط جميع نقاط الموضوع ببعضها البعض وخاصة إذا كان الموضوع متشعباً والوقت طويل من خلال خريطة مفاهيم أو شكل تخطيطي.
- اجذب انتباه الدارسين في بداية المحاضرة من خلال سؤال غامض يستغرق دقائق محدودة.
- استخدم وسائل الاتصال التعليمي المشوقة والمثيرة للانتباه أثناء المحاضرة (مثل السبورة الضوئية، التسجيلات الصوتية، الأفلام، النماذج).
- اجعل المحاضرة تفاعلية باستخدام أسلوب الأسئلة والاستماع لآراء الدارسين واستفساراتهم ومشاركتهم في الحوار من وقت لآخر.
- حاول أن تدخل المرح على المتعلمين أثناء المحاضرة كلما أمكن ذلك للقضاء على الملل مع مراعاة أن يكون المرح منظم وتلقائي للحفاظ على الهدوء.

ثانياً: طريقة المناقشة The Discussion Method

تعتبر طريقة المناقشة من الطرق الشائعة الاستخدام في جميع المواد الدراسية بصفة عامة وفي مادة الرياضيات بصفة خاصة لأنها تعتمد على أسلوب الحوار المبني على توجيه الأسئلة.

وتعد مهارة استخدام وصياغة وتوجيه الأسئلة أحد المهارات التدريسية التي يجب تدريب المدرسين عليها قبل تخرجهم وأثناء عملهم بمهنة التدريس أيضاً واستخدام الأسئلة في المواقف التعليمية كثيرة ومتعددة وذكر "حسن سلامة" من هذه الاستخدامات:

١- معرفة شيء لا نعرفه.

٢- معرفة إذا كان شخصاً ما يعرف شيئاً معيناً.

٣- تنمية قدرات الطلاب على التفكير.

٤- زيادة دافعية الطلاب وإثارة اهتمامهم بالدرس.

٥- إعطاء تدريبات أو تمارين أثناء الدرس أو في نهاية الدرس.

٦- لمساعدة الطلاب على فهم بعض العلاقات (السبب والنتيجة).

٧- الكشف عن اهتمامات الطلاب وميولهم.

٨- تستخدم في المراجعة والتلخيص.

٩- تستخدم في تقويم تعلم الطلاب.

١٠- تستخدم في تشخيص نواحي القوة والضعف.

وسوف نلاحظ مما سبق ن استخدام الأسئلة لا يقتصر على مرحلة معينة في الدرس بل إنها تستخدم في بداية الدرس وفي أثناء الدرس وفي التدريبات والتوضيح

والمراجعة وفي نهاية الدرس للتقويم مما يجعلها من أكثر الأساليب التدريسية تفضيلاً بين معلمي الرياضيات.

تصنيف أسئلة المعلم

صنف "جلازر" Gallagher ١٩٦٢ "وحسن سلامة" الأسئلة إلى أربعة أنواع

١- أسئلة التذكر البسيط Cognitive Memory

وهي الأسئلة التي تتعلق بعملية تذكر المعلومات مثل من هو فيثاغورس؟ وما معنى نظرية إقليدس؟. ما خواص متوازي الأضلاع؟...الخ.

وهذه الأسئلة عادة ما تبدأ بكلمات سؤالية مثل ما، من، متى...الخ.

٢- الأسئلة التقاربية Convergent Questions

والأسئلة في هذا النوع لا تتطلب من المتعلم مجرد تذكر المعلومات التي درسها كما في النوع الأول ولكنها تتعلق بعمليات تفكير أعقد وأعمق وتكون الإجابة في هذا النوع من الأسئلة إما صحيحة وإما خاطئة.

مثال:

- ما مساحة المثلث الذي طول قاعدته ٦سم، وارتفاعه ٣سم؟

وعلى المتعلم أن يطبق قانون مساحة المثلث (نصف القاعدة × الارتفاع) ويصل إلى الإجابة المطلوبة ويختلف هذا السؤال عن السؤال التالي:

ما هو قانون مساحة المثلث؟ والذي يتطلب من المتعلم تذكر عقلي بسيط فقط.

مثال:

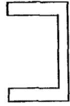
أوجد مجموعة الحل للمعادلة ٥س = ٢س + ٣

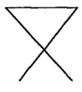
٣- الأسئلة التباعدية Divergent Questions

يسمى هذا النوع من الأسئلة بالأسئلة ذات النهايات المفتوحة أن المعلم لا يستطيع أن يتنبأ بالإجابة التي سيقدمها الطالب فهي أسئلة ليست لها إجابة صحيحة وإجابة خاطئة ولكنها تساعد المتعلم على التفكير والابتكار.

مثال:

ماذا يمكن أن تشكل من الأشكال الآتية:





ويستطيع كل طالب أن يبتكر أشكال ورسومات غريبة وغير مألوفة.

٤- الأسئلة التقومية:

يطلب المعلم في هذا النوع من الأسئلة إصدار حكم قيمي على شيء معين وقد يكون الحكم مبني على أدلة داخلية أو على أدلة خارجية.

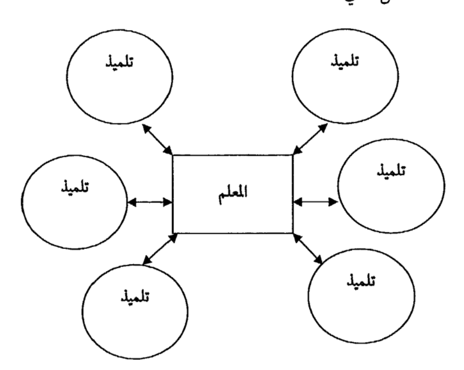
مثال:

هل تفضل حل معادلات الدرجة الأولى في متغيرين حلاً جبرياً أم بيانياً؟ ولماذا؟

أساليب استخدام طريقة المناقشة

تستخدم طريقة المناقشة في التدريس طبقاً لأسلوبين أو نموذجين وهما

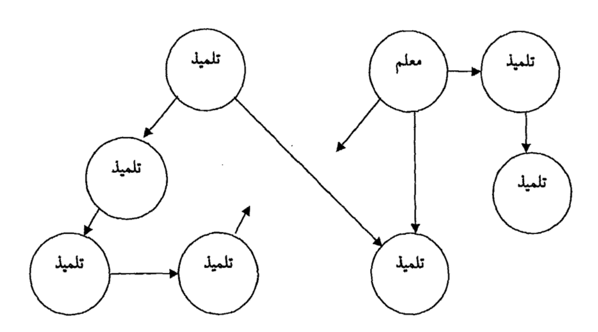
١- **النموذج الأول**: ويكون فيه المعلم هو المحرك الأساسي للنشاط والأسئلة الصفية ويتم التفاعل بين كل تلميذ والمدرس على حدة ويتضح ذلك من الشكل التالي:



النموذج الأول للمناقشة

٢- النموذج الثاني ويكون فيه التفاعل والأسئلة والمناقشات بين جميع الأطراف فالمعلم يسأل والطالب يجيب والعكس، وقد يسأل الطالب ويجيب طالب آخر وتتاح الفرصة لكل طالب في المشاركة الإيجابية أثناء التعلم.

ومن عيوب هذا النموذج وجود ضوضاء نتيجة للإجابات الجماعية وكثرة الأسئلة والتعليقات مما قد يخل بنظام الفصل ويوضح هذا النموذج الشكل التالي:



ونلاحظ من هذا الرسم الفرق بين النموذجين حيث نجد أن المعلم في النموذج الأول طرفاً أساسياً للتفاعل الصفي بينما في النموذج الثاني ليس شرطاً أن يكون المعلم طرفاً في التفاعل الصفي.

كما نلاحظ خط اتجاه الأسهم في النموذج الأول تبادلية بين المعلم والطالب، وفي النموذج الثاني توجد أسهم وسط الفصل تعني أن المتحدث يوجه كلامه إلى كل الفصل.

اعتبارات هامة لضمان فاعلية طريقة المناقشة

١- اطرح السؤال على جميع الدارسين أولاً ثم نادى على من يعرف الإجابة حتى تكون هناك فرصة للتفكير ولا يشعر التلميذ بالارتباك إذا وجه له السؤال مباشرة.

٢- لا تضع حدود زمنية للإجابة مثل في دقيقة واحد أجب عن السؤال التالي...

٣- استخدم أسئلة في مستوى الدارسين وضمن حدود خبراتهم.

٤- ساعد تلاميذك على التفكير وإعطاء إجابات كاملة وذلك من خلال التعقب على الإجابة.

٥- استخدم أسئلة واضحة ودقيقة تدور حول فكرة واحدة ومحددة.

٦- شجع التلاميذ على المشاركة في المناقشة من خلال البعد عن أسلوب الاستجواب والسخرية من الإجابة بإضحاك باقي التلاميذ عليها.

٧- وزع طلب الإجابة على جميع الدارسين حتى تشرك أكبر عدد ممكن من الدارسين في المناقشة.

٨- رتب الأسئلة بحيث تؤدي إلى تحقيق أهداف الدرس بصورة متكاملة من خلال وجود خط واضح يربط بينهما.

٩- احرص على تعزيز الإجابات الصحيحة تعزيز معنوي (ممتاز، عظيم، جميل...) وأظهر عدم رضاك على الإجابات الخاطئة وتصحيحها.

١٠- حاول أن تكون المناقشة منظمة ولا تسمح للدارسين بالخروج عن الإطار العام للموضوع.

طريقة الاكتشاف

يرى برونر أن الاكتشاف هو العملية والطريقة التي يصل بها التلميذ إلى معلومة جديدة، بمعنى أن الاكتشاف هو أي وسيلة يكتسب بها معرفة ما عن طريق مصادره العقلية أو المادية.

ولكن ما المقصود بالتعلم باستخدام طريقة الاكتشاف؟

التعلم بالاكتشاف يقصد به تعلم يحدث نتيجة معالجة التلميذ لمعلومات وإعادة تركيبها وتحويلها حتى يصل إلى معلومات جديدة. أي ببساطة أن التلميذ

يصل إلى معلومة معينة أم علاقة معينة دون أن يعطيها له المعلم مباشرة ويفيد هذا النوع من التعلم في أن يصبح ما يتعلمه الفرد له معنى. ويكون هذا التعلم أكثر قابلية للاستبقاء والاستدعاء والانتقال وأقدر على تلبية حاجات التعلم.

والعنصر الأساسي في التعلم بالاكتشاف هو، أن يلعب المتعلم دوراً نشطاً في تكوين المعلومة والحصول عليها، وقد يستخدم المعلم عمليات الاستقراء والاستنباط والمشاهدة والملاحظة للوصول إلى معلومة جديدة.

مميزات التعلم بالاكتشاف

١- إن طريقة الاكتشاف ضرورية للطلاب في مرحلة معينة من نموهم المعرفي، فالمعروف أن الخبرات الحياتية والتجريبية ضرورية للطالب وأساسية عند تدريس الأفكار البسيطة قبل الانتقال إلى المستوى المجرد المعقد، وهذا يؤكد على استخدام الطريقة الاكتشافية في المرحلة الأولى لتعليم الرياضيات.

٢- أن التعلم بالاكتشاف في حقيقته تعلم عن طريق حل المشكلات بخطواتها المعروفة ابتداءً من الشعور بالمشكلة إلى تحديدها، فاقتراح الحلول وجمع البيانات والتأكد من سلامة الحلول، وهو أسلوب مبادأة أكثر من كونه أسلوب تبعية.

٣- الطريقة الاكتشافية تزيد من القدرة العقلية الإجمالية للمتعلم، فيصبح قادراً على النقد، والتوقع والتصنيف، ورؤية العلاقات والتمييز بين المعلومات ذات الصلة والمعلومات التي لا تمت بصلة للموقف التعليمي.

٤- التعلم بالاكتشاف يثير حماس المتعلم ويستحوذ على اهتمامه وميوله، لذلك فهو طريقة مثالية لإثارة دافعية الطلاب على التفكير فتزداد دافعيتهم نحو التعلم.

٥- يعد هذا الأسلوب أمراً ضرورياً في تدريس الرياضيات لأن إدراك العلاقات بواسطة الطالب يجعلها ذات معنى بالنسبة له.

٦- إذا اكتشف الطالب بنفسه العلاقات فمن الصعب نسيانها، كما هي الحال في حالة إملائها عليه، عندما تقدم له جاهزة في شكلها النهائي.

٧- طريقة التعلم بالاكتشاف تجعل المعلم على اتصال دائم بطلابه مما يساعده على تحديد فيما إذا كان الطلاب يفهمون تعليماته ويتبعونها أم إنهم لم يستوعبونها.

٨- تزيد من قدرة الفرد على تذكر المعلومات وإبقاء التعلم ودوامة لفترة طويلة، وذلك من خلال المعنى والفهم والاستيعاب لهذه المعلومات الناتجة عن التعلم بالاكتشاف.

٩- تكسب المتعلم القدرة على استخدام أساليب البحث والاكتشاف وينقل ذلك إلى مواقف حياتية أخرى.

أنواع التعلم بالاكتشاف

التعلم بالاكتشاف يأخذ عدة صور وأنواع تعتمد في مجملها على مدى تدخل المعلم، أو بمعنى آخر على الدور الذي يقوم به المعلم ومن أشهر الصور والأنواع ما يلي:

أ- الاكتشاف الحر:

وفيه يرتب المعلم الموقف التربوي بشكل معين بحيث يصل الطالب بنفسه لاكتشاف المعلومة.

ب- الاكتشاف الموجه: **Guided Discovery**

هو الحالة التي يقود فيها المعلم تلاميذه إما باستخدام أسئلة معينة أو نماذج أو وسائل تعليمية معينة ليقودهم إلى الاكتشاف سواء كان لهذا الاكتشاف علاقة أو قانون ويؤيد الذين يتبنون الطريقة الاستكشافية تعليم المبادئ العامة وحل

المشكلات عن طريق إعطاء الطالب أقل ما يمكن من الإرشاد والتوجيه وإعطائه أكبر فرصة ممكنة للمحاولة والخطأ ويذكر شولمان (Schulman) أن هناك أربعة مستويات لممارسة الإرشاد والتوجيه على عمل الطالب من قبل المعلم ويتضح من الجدول التالي هذه المستويات عند تعلم قاعدة رياضية.

القاعدة	الحل	نوع التوجيه	طريقة التعلم
معطاة	معطى	تام	استقبالي
معطاة	غير معطى	جزئي	استدلالي (اكتشاف موجه)
غير معطاة	معطى	جزئي	استقرائي (اكتشاف موجه)
غير معطاة	غير معطى	معدوم	اكتشاف حر

ويتضح من الجدول أن الاكتشاف الموجه في المواقف التعليمية يتم من خلال طريقتين، إحداهما استقرائية والثانية استنباطية وسندرس فيما يلي هاتين الطريقتين:

١- الاكتشاف الاستقرائي (الاستنتاجي)

تعتمد هذه الطريقة على عملية الاستقراء وهي عملية يتم عن طريقها الوصول إلى التعميمات من خلال دراسة عدد كافٍ من الحالات ثم صياغتها على صورة قانون أو قاعدة أو نظرية تنطبق على الحالات الفردية التي اشتقت منها وعلى الحالات المشابهة أيضاً، أي أن المعلم يبدأ من الجزء إلى الكل أو من الأمثلة حتى يصل إلى القاعدة العامة.

الخطوات الإجرائية للطريقة الاستقرائية

١- عرض الحالات الفردية: بمعنى أن يقدم المعلم عدداً كافياً من الأمثلة (الحالات الفردية) التي تشترك في خاصية معينة.

٢- دراسة الحالات الفردية: بمعنى مناقشة الأمثلة ومقارنتها وموازنتها لاستنباط القانون أو القاعدة.

٣- صياغة التعميم: أي صياغة عبارة عامة تمثل تجريداً للخاصية المشتركة التي تم التوصل إليها.

٤- اختبار صحة التعميم أو النظرية: بمعنى اختبار صحة القاعدة العامة عن طريق التأكد من صدقها على حالات فردية أخرى متشابهة.

ولهذه الطريقة مميزات كثيرة جداً حيث إنها تثير فعالية التلاميذ أثناء الحصة وتثير نشاطهم الذهني وتغرس فيهم عادات عقلية تقود إلى التفكير السليم مثل دقة الملاحظة والتأني في الاستنباط، وعلى الرغم من ذلك فيؤخذ على هذه الطريقة أنها أحياناً تحتاج إلى وقت طويل، أو يكون هناك تسرع في الوصول إلى القاعدة العامة باستخدام عدد قليل من الأمثلة وعدم التسرع في الوصول إلى القاعدة العامة، فعلى سبيل المثال فإن القاعدة التي تنص على أن:

$ن^٢ - ن + ٤١$ = عدد أولي

هذه القاعدة صحيحة في ٤٠ حالة (ن = ١، ٢، ٣، .... ٤٠) ولكنها غير صحيحة عند ن = ٤١ وفيما يلي مثال على الاكتشاف الاستقرائي

مثال

التعميم المراد تعلمه هو (س + ص) (س − ص) = $س^٢ + ص^٢$

الخطوات:

١- أوجد نواتج الضرب التالية

٥ × ٥ =	٢ × ٢ =	٩ × ٩ =	٦ × ٦
=			
٦ × ٤ =	٣ × ١ =	٨ × ١٠ =	٥ × ٧
=			

٢- ماذا تستنتج؟ إذا اكتشف التلاميذ نمطاً معيناً فإنهم سيجدون النواتج فيما يلي بكل سهولة ويسر دون أن يقوموا بعملية الضرب

إذا كان ٢٠ × ٢٠ = ٤٠٠، فما قيمة ١٩ × ٢١؟

إذا كان ٢٥ × ٢٥ = ٦٢٥، فما قيمة ٢٥، ٢٤؟

٣- إذا أجاب التلاميذ الأسئلة بسرعة وبشكل صحيح عندئذ يقدم المعلم المسائل التالية:

٦ × ٦ =	١٠ × ١٠ =	٧ × ٧ =	٤ × ٤
=			
٨ × ٤ =	١٢ × ٨ =	٥ × ٩ =	٢ × ٦
=			

ولتحديد إذا ما اكتشف التلاميذ النمط في هذه المسألة أم لا يعطي المعلم الأمثلة التالية:

إذا كان ٣٠ × ٣٠ = ٩٠٠، فما قيمة ٢٨ × ٣٢؟

إذا كان ١٩ × ١٩ = ٣٦١ فما قيمة ٢١ × ١٧؟

٤- وعندما يناقش المعلم التلاميذ فيما توصلوا إليه يساعدهم على استنتاج التعميم في هذه الحالات الخاصة

(س + ص) (س − ص) = س^{٢} − ص^{٢}

٥- يطلب المعلم من التلاميذ التحقق من صحة التعميم بالنسبة للحالات التالية:

إذا كان ٦٠ × ٦٠ = ٣٦٠٠ فإن ٦٤ × ٥٦ =

إذا كان ٧٠ × ٧٠ = ٤٩٠٠ فإن ٦٥ × ٧٥ =

إذا كان ٤٠ × ٤٠ = ١٦٠٠ فإن ٣٣ × ٤٧ =

٢- الاكتشاف الاستدلالي (القياسي)

تستمد هذه الطريقة اسمها من لفظ قياس وهذه الطريقة تتطلب البدء من الكل إلى الجزء ومن العموميات إلى الخصوصيات ومن القاعدة إلى التطبيق، ويستخدمها عادة المعلم عند حل مشكلة على قاعدة ثبت صدقها على حالات مماثلة وتسمى هذه الطريقة أحياناً بطريقة القاعدة ثم الأمثلة، وتعتمد هذه الطريقة على التفكير الاستدلالي الذي يمكن من خلاله الوصول من العام إلى الخاص بمعنى استخدام الكليات في الوصول إلى الجزئيات وتسمى هذه الطريقة في بعض الأحيان بالطريقة الاستنباطية وتتميز هذه الطريقة بسهولتها حيث لا تحتاج إلى مجهود عقلي كبير كما تساعد المعلم على أن يعطي ما يريده، والبعض يعارض هذه الطريقة بسبب المشاركة الضعيفة من التلاميذ بالفكر والرأي، ودور المعلم في هذه الطريقة هو توجيه سلسلة من الأسئلة الهادفة التي تقود تفكير الطلاب نحو التعميم المطلوب.

الخطوات الإجرائية للطريقة الاستدلالية (القياسية)

١- عرض القاعدة أو النظرية وبرهنتها: بمعنى أن يقوم المعلم بعرض القاعدة

العامة (نظرية أو قانون) على تلاميذه موضحاً المصطلحات والرموز والعبارات التي تتضمنها القاعدة العامة ثم يبرهن على صحتها إذا احتاج الأمر لذلك.

٢- إعطاء الأمثلة التطبيقية: بمعنى أن يعطي معلم الرياضيات عدة مشكلات أو مواقف موضحاً لتلاميذه كيف يمكن تطبيق القاعدة العامة عليها.

٣- التطبيق: بمعنى أن يكلف المعلم تلاميذه بحل مشكلات أو مواقف جديدة لاكتساب التلاميذ القدرة على تطبيق القاعدة العامة على حالات فردية خاصة.

مثال على الطريقة الاستدلالية (القياسية أو الاستنباطية)

١- مرحلة عرض القاعدة العامة وبرهنتها

(أ + ب)^{٢} = (أ + ب) (أ + ب) = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}

أي مربع مجموع حدين يساوي مربع الحد الأول وضعف حاصل ضرب الحد الأول × الحد الثاني ومربع الحد الثاني.

وللبرهنة على هذه القاعدة نتبع الخطوات التالية:

(أ + ب)^{٢} = (أ + ب) (أ + ب)

= أ (أ + ب) + ب (أ + ب)　　　خاصية التوزيع

= أ^{٢} + أ ب + أ ب + ب^{٢}

= أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}

٢- مرحلة إعطاء الأمثلة التطبيقية:

يقدم المعلم الأمثلة التالية لتوضيح كيفية تطبيق هذه القاعدة.

مثال: احسب مربعات الأعداد التالية بعد كتابتها على صورة القاعدة التي درستها ٥١، ٢٤

الحل: (٥١)^{٢} = (٥٠ + ١)^{٢}

= ٢٥٠٠ + ٢ × ٥٠ × ١ + ١

= ٢٥٠٠ + ١٠١

= ٢٦٠١

(٢٤)^{٢} = (٢٠ + ٤)^{٢}

= (٤٠٠ + ٢ × ٢٠ × ٤ + ١٦)

= ٤٠٠ + ١٦٠ + ١٦

= ٥٧٦

مثال ٢:

أوجد ما يلي باستخدام القاعدة التي درستها

(٢أ + ٣ب)^{٢} ، (٦أ + ٨ب)^{٢}

الحل (٢أ + ٣ب) = ٤أ^{٢} + ٢ × ٢أ × ٣ب + ٩ب^{٢}

= ٤أ^{٢} + ١٢أب + ٩ب^{٢}

وهكذا بنفس الطريقة مع المقدار الثاني.

٣- مرحلة التطبيق:

في هذه المرحلة يكلف المعلم التلاميذ بحل عدد كافٍ من المسائل المتنوعة باستخدام هذه القاعدة.

ومن العرض السابق يتضح أن هناك تعميمات رياضية يمكن تدريسها بالطريقة الاستقرائية أو الطريقة الاستدلالية وعلى المدرس أن يحدد أي الطريقتين أنسب في تدريس التعميم الذي يريد تدريسه لطلابه وعليه أيضاً أن يراعي ما يلي:

١- أن يدرك المعلم طبيعة التعميم المراد تعميمه لكي يقدر أي الأسلوبين سيتبعه الاستقرائي أم الاستدلالي أم كليهما معاً.

٢- عند إتباع الطريقة الاستقرائية لا تجبر التلاميذ على صياغة التعميم لفظياً في مرحلة مبكرة.

٣- إتاحة الفرصة للتلاميذ للتحقق من صحة الاكتشافات التي توصلوا إليها إما بالبرهان أو بأمثلة إضافية أو أمثلة مضادة.

٤- عزز الاكتشافات بالتطبيقات المتنوعة.

الطريقة المعملية

يعد استخدام الطريقة المعملية في تدريس الرياضيات استجابة موضوعية لما نادت به العديد من الدراسات والأبحاث التي اهتمت بتعليم الرياضيات حيث يحقق ميول التلاميذ وحاجاته الغريزية إلى الحركة والنشاط وحب الاستطلاع، حيث يوفر معمل الرياضيات للتلميذ فرص الملاحظة والتجريب والاكتشاف عن طريق ممارسة الأنشطة المختلفة للرياضيات.

المقصود بالطريقة المعملية

استخدام معمل الرياضيات لإتاحة الفرصة للتلاميذ للتدريب والممارسة الفعلية أثناء تعلم المفاهيم والعلاقات الرياضية عن طريق ممارسة أنواع كثيرة من

الأنشطة التي يمكن أن تجري من خلال عروض وإجراءات الممارسة الفردية والجماعية وطرق الاكتشاف والاستقصاء، والتعلم عن طريق العمل.

ما هو معمل الرياضيات

معمل الرياضيات عبارة عن بيئة يتعلم فيها التلاميذ الرياضيات فرادى أو في مجموعات صغيرة بهدف فهم القوانين والتعميمات، واكتساب المهارات الرياضية، والتوصل لأدلة تجريبية، وحل المشكلات، ويتم ذلك باستخدام أدوات ومواد تعليمية متنوعة.

أنواع معمل الرياضيات

١- معمل الرياضيات بالفصل الدراسي.

٢- معمل الرياضيات في حجرة خاصة.

٣- معمل الرياضيات المتنقل.

أهداف استخدام الطريقة المعملية في تدريس الرياضيات

١- تسهم في اكتساب التلاميذ المعرفة الرياضية وتنمية مهارات الرياضيات وتكوين اتجاهات إيجابية نحوها.

٢- توفير فرص للتفكير العلمي والابتكاري وغيرها من أنماط التفكير، بالإضافة إلى أساليب حل المشكلات الخاصة بحل المسائل الرياضية.

٣- تدريب التلاميذ على المهارات الأساسية في الرياضيات وتقديم خبرات تساعد التلاميذ على اكتشاف العلاقات والقوانين الرياضية.

٤- إتاحة الفرصة للتلاميذ للقيام بدور نشط وفعال، والاهتمام بالفهم دون الحفظ الآلي للقوانين.

٥- يساعد التلاميذ على تطبيق التجريدات الرياضية في مواقف عملية يؤدونها بأنفسهم وبالتالي تصبح الرياضيات مادة حية.

٦- التغلب على بعض المشكلات الناشئة عن الفروق الفردية بين التلاميذ حيث يعتبر النموذج المعملي مدخل حديث للتدريس المتخلفين عقلياً.

٧- إتاحة الفرصة للتلاميذ لتحمل المسئولية و الاستقلالية وعلى التعاون والمشاركة واحترام آراء الآخرين في الأنشطة الفردية والجماعية.

٨- تحسين فهم التلاميذ للعلاقات بين الرياضيات وغيرها من العلوم الأخرى.

مميزات استخدام الطريقة المعملية

١- يساعد التعلم بالطريقة المعملية المبني على استعمال البيئة الفيزيقية يساعد في إعطاء معنى ومدلول التمثيل الرمزي للخبرات الرياضية.

٢- يوفر للتلاميذ فرص التفكير العلمي الصحيح، وأساليب حل المشكلات.

٣- يهيئ للتلاميذ فرص الملاحظة المباشرة، والتجريب، والاكتشاف، وتسجيل المشاهدات.

٤- ينمي لدى التلاميذ بعض المهارات العلمية إلى جانب الاهتمام بالمحتوى العلمي.

٥- تعويد التلاميذ على التخطيط وإدارة الموارد المتاحة من وقت وخامات من خلال مجموعات صغيرة.

٦- استخدام التلميذ أكبر عدد ممكن من الحواس أثناء عملية التعلم مما يجعل العمليات المكتسبة أبقى أثراً.

٧- خروج الموقف التعليمي من الأنماط التقليدية التي يكون فيها التلميذ مستقبل سلبي.

❖ **أنواع الأنشطة المعملية المستخدمة في التدريس بالنموذج المعملي**

١- أنشطة فردية: يمارس كل تلميذ نشاطاً خاصاً به مختلف عن زملائه.

٢- أنشطة جماعية: أنشطة يؤديها كل التلاميذ في وقت واحد.

٣- أنشطة المجموعات الصغيرة: وتتكون كل مجموعة من (٣- ٤) تلاميذ وتمارس نشاط معين يختلف عن غيرها من المجموعات.

❖ **الأدوات والأجهزة اللازمة لمعمل الرياضيات:**

أ- أدوات ومواد تعليمية

نماذج المجسمات المصنوعة من الخشب أو البلاستيك، لوحات كرتونية، لوحات مسمارية، خيوط مطاطية، أقلام، ألوان، أدوات هندسية، زوايا مصنوعة من السلك، ورق مربعات، ورق قص ولصق، ورق شفاف، شفافيات، جهاز عرض علوي، شاشة عرض، موازين مختلفة الأحجام، لوحات مصورة، معداد، مكعبات صغيرة، أسلاك رفيعة، آلات حاسبة، نماذج لخط الأعداد، ألعاب رياضية مثل ورق اللعب، ألغاز، دومينو، كتب ومراجع ومجلات، إحصائيات والنشرات الرياضية، دبابيس، مقصات، مادة لاصقة، نماذج للكسور، مقاييس السعة والوزن والحجم.

ب- تجهيزات خاصة بالمعمل وتشمل ما يلي:

- الأساس المناسب للعمل كالأدراج والمقاعد الفردية والجماعية والمناضد.
- سبورات ثابتة ومتحركة.
- مكتبة خاصة بكتب الرياضيات والمجلات العلمية.

- خزائن للأدوات والمواد المستخدمة وأرفف للملفات.

- دور معلم الرياضيات في ضوء استخدام الطريقة المعملية.

١- قبل التدريس (التخطيط للتدريس المعملي).

أ- تحديد أهداف الأنشطة التعليمية المعملية بالدرس.

ب- إعداد مصادر التعلم الخاصة بالدرس.

جـ- تنظيم المعمل الرياضي.

د- إعداد وتجهيز الأدوات والمواد التعليمية في أماكن جلوس التلاميذ حتى يسهل الحصول عليها.

٢- أثناء التدريس

أ- تنظيم التلاميذ داخل المعمل بطريقة تسمح بحركتهم.

ب- تعريف التلاميذ بخطة العمل وإمكانيات استخدام المعمل الرياضي.

جـ- تدريب التلاميذ على مهارات الرياضيات.

د- تشجيع التلاميذ على العمل الجماعي بالتعاون مع الزملاء والعمل الفردي والاعتماد على النفس.

هـ- مراعاة الفروق الفردية بين التلاميذ أثناء أداء النشاط.

و- التقويم المستمر لأداء التلاميذ وتصحيح أخطائهم أول بأول.

٣- بعد التدريس

أ- التقييم النهائي لأداء التلاميذ.

ب- تكليف التلاميذ بالأعمال والواجبات للتدريب على الأداء.

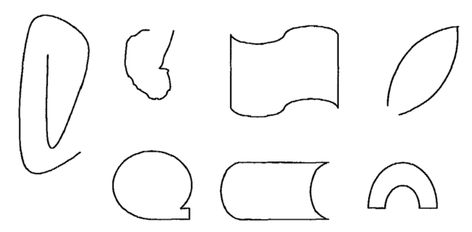
جـ- حفظ الأدوات والمواد التعليمية في الأماكن المخصصة لها بالمعمل.

أمثلة للأنشطة العملية

مثال: نشاط فردي:

الأدوات: مجموعة من الأسلاك قابلة للتشكيل.

الخطوات: اصنع من الأسلاك مجموعة من المنحنيات المفتوحة والمنحنيات المغلقة ونميز بينها من خلال التصنيف.



مثال ٢ : نشاط جماعي

الأدوات: ورق أبيض، مقص، مسطرة، ألوان

الخطوات:

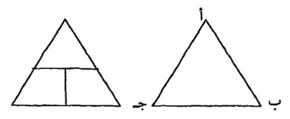
أ- ارسم المثلث أ ب جـ بالمسطرة والقلم الرصاص على ورقة بيضاء.

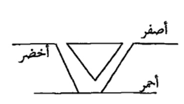
ب- حدد الزوايا أ، ب، جـ بخطوط تبدأ بالقرب من منتصفات أضلاعه.

جـ- قسم المثلث إلى ثلاثة أجزاء ثم لون هذه الأجزاء (أحمر، أخضر، أصفر).

د- استخدم المقص في قص الأجزاء الثلاثة بعد تحديدها باستخدام المسطرة.

هـ- ارسم خط أفقي باستخدام المسطرة ثم ثبت الأجزاء الثلاثة التي تم قصها على الخط المستقيم بحيث تتلاقى في نقطة واحدة.





ما نوع الزاوية التي حصلت عليها؟ وما قياس هذه الزاوية.

- زاوية مستقيمة وقياسها ١٨٠ ويستنتج التلاميذ أن مجموع قياس زوايا المثلث = ١٨٠ درجة.

طريقة الألعاب التعليمية

يعتبر اللعب التعليمي اتجاه حديث في التعليم والتدريس، حيث إنه يضع المتعلم في موقف دينامي يتفاعل فيه مع المواد التعليمية ومع زملائه وأقرانه من المتعلمين، بهدف إثارة دوافعه نحو الموقف التعليمي وجذب انتباهه إلى المادة التعليمية وتقديمها بشكل ممتع وهادف، مما يؤدي إلى رفع كفاءة وفاعلية التعلم إلى أقصى درجة ممكنة.

ماهية اللعب التعليمي

يعرف اللعب التعليمي إنه:

١- نشاط تنظمه مجموعة من القواعد يتضمن تفاعلاً بين اثنين أو أكثر من اللاعبين في شكل تعاوني أو تنافسي- للوصول إلى أهداف تعليمية واضحة.

٢- أنشطة تم إعدادها بشكل خاص لإتاحة الفرصة لمجموعة من اللاعبين لممارسة مواقف واقعية من الحياة طبقاً لمجموعة من الإجراءات في وقت

محدد بما يؤدي بالدارسين إلى الاستيعاب النشط للمعلومات وتحقيق الأهداف المرغوبة.

٣- وسيلة لعمل ممتع له أهداف رياضية معرفية معينة قابلة للقياس وأهداف رياضية وجدانية محددة يمكن مشاهدتها.

أهمية استخدام اللعب التعليمي في التدريس

١- أصبح التعليم عن طريق اللعب والتجربة والممارسة والخبرة الشخصية أحد مميزات التربية الحديثة.

٢- اللعب طريقة جيدة للنمو والتعلم للأطفال، فاللعب هو عمل الطفل لأنه يوفر فرص النشاط السار، والنمو السوي، ويعتبر وسيلة هامة يعبر بها الطفل عن ذاته ويشبع حاجاته.

٣- يجعل اللعب التلميذ إيجابياً ومشاركاً في الموقف التعليمي.

٤- اللعب التعليمي جزء هام وحيوي من أدوات التعلم، حيث يستخدم في علاج مشكلات التلاميذ المضطربين ويوفر مناخ مسلي لأنشطة الفصل ومساعدة التلاميذ على الإقبال على الموقف التعليمي.

٥- اللعب التعليمي نشاط يوفر المتعة والتسلية الإنتاجية لجميع التلاميذ باختلاف أعمارهم.

تصنيف الألعاب التعليمية

يمكن تصنيف الألعاب التعليمية تبعاً لأهدافها إلى ثلاث أنواع:

١- الفئة الأولى: ألعاب تهتم باكتساب المعرفة وفهمها.

٢- الفئة الثانية: ألعاب تهدف إلى تطبيق المعرفة.

٣- الفئة الثالثة: ألعاب تهتم بالأهداف الوجدانية.

ويمكن تصنيف الألعاب التعليمية تبعاً لأهداف التعلم المتوقعة منها إلى ما يلي:

١- ألعاب حل الألغاز.

٢- ألعاب الاكتشاف.

٣- ألعاب البحث عن أنماط وقواعد.

٤- ألعاب التدريب على المهارات.

٥- ألعاب التخمين لتعلم المفاهيم والمبادئ.

وتصنف حسب عدد الأفراد المشتركين في اللعبة كما يلي:

١- اللعب الانعزالي: يلعب الطفل بمفرده ولا يشاركه أحد في ألعابه.

٢- اللعب الفردي: يلعب الطفل مع زملائه لكن يحتفظ بفردية تميزه.

٣- اللعب الزوجي: يلعب كل فردين معاً.

٤- اللعب الجماعي وذلك يقوم كل التلاميذ باللعب معاً.

دور المعلم عند استخدام الألعاب التعليمية في التدريس

١- تحديد الأهداف التعليمية التي يسعى إلى تحقيقها في صياغة سلوكية تشمل المعارف والمهارات والاتجاهات المتوقعة من التعلم.

٢- اختيار الألعاب المناسبة للدرس والموقف تبعاً للأهداف ومستوى المتعلم والإمكانات المتاحة.

٣- تصميم اللعبة بما تتضمنه من تحديد أهدافها وقواعد الفوز بها وإجراءاتها والزمن اللازم وأدواتها وموادها اللازمة لها.

٤- تهيئة أذهان التلاميذ لموضوع اللعبة.

٥- تهيئة البيئة التعليمية المناسبة وعادة تنظيم الفصل ليلاءم كل لعبة.

٦- توزيع الأدوار بين التلاميذ تبعاً لقدراتهم واستعداداتهم.

٧- إتاحة الفرصة للتلاميذ بتنفيذ اللعبة والمعلم يراقب ويسجل الملاحظات ويتأكد من اشتراك كل فرد.

٨- تدخل المعلم عند الضرورة.

٩- تقويم اللعبة فيتعرف المعلم على مدى نجاح تلاميذه من تحقيق الأهداف المحددة لكل لعبة.

وبعد الانتهاء من اللعب يمكن أن يقوم المعلم بالآتي:

١- إتاحة الفرصة للاعبين للمناقشة لحصر ما تم تعلمه.

٢- تلخيص موضوع اللعبة.

٣- تشجيع التلاميذ على ما تعلموه من اللعبة.

٤- تشجيع التلاميذ على اقتراح ألعاب أخرى تعليمية أو تعديل ألعاب قائمة.

أمثلة لبعض الألعاب التعليمية

١- لعبة العمر: فردية أو جماعية.

- **هدف اللعبة:** التدريب على العمليات الحسابية الأربعة (+، -، ×، ÷).

- **إجراءات اللعبة:** اضرب عمرك (لأقرب سنة) × ٤ ثم أضف ١٠ ثم اضرب

الناتج × ٢٥ ثم اطرح منه عدد أيام السنة (٣٦٥) ثم أضف ما في جيبك من قروش (أقل من جنيه) ثم أضف ١١٥، كم الناتج؟

- **الرقمان من اليسار** للناتج يدلان على العمر والرقمان التاليان يدلان على ما في جيبك من قروش.

- **قواعد اللعبة:** التلميذ الفائز أو المجموعة الفائزة تحصل على الناتج الصحيح في الوقت المحدد.

٢- لعبة الأشكال: جماعية

- **هدف اللعبة:** التدريب على مساحة المربع والمستطيل.

- **إجراءات اللعبة:** يقسم المعلم تلاميذه إلى فرق متنافسة ويزود كل فريق بمجموعة عيدان خشبية (أعواد ثقاب أو بلاستيكية متساوية).

ويطلب منهم ما يلي:

- ترتيب (١٥) عود من الثقاب بحيث يتكون منهم شكلان رباعيان مساحة إحداهما ضعف مساحة الآخر.

- ترتيب (٢٢) عود من الثقاب بحيث يتكون منهم شكلان رباعيان مساحة إحداهما ثلاثة أمثال مساحة الآخر.

- **قواعد اللعبة:** من الضروري استعمال جميع العيدان مرة واحدة- الشكلان الرباعيان يجب أن يكونا مغلقين تماماً- ألا يكون في الشكل عيدان منطبقة- الفريق الذي يكون الشكلان أولاً يكون هو الفائز.

٣- لعبة العدد (١) فردية

- **هدف اللعبة:** تنمية مهارات إجراء العمليات الحسابية.

- **إجراءات اللعبة:** خذ عدداً ، أضف ٣

اضرب الناتج ×٢ ، اطرح ٤

اقسم الباقي على ٢، اطرح من الناتج الذي بدأت بـه سـيكون النـاتج دائـماً ١ وتفسير ذلك ما يلي، ليكن العدد ن

{[٢(ن + ٣) – ٤] ÷ ٢ – ن} = {[٢ن + ٦ – ٤] ÷ ٢} – ن

= ن + ١ – ن = ١

إستراتيجية التعلم التعاوني

مقدمة

التعاون قيمة حثت عليها جميع الأديان وإستراتيجية التعلم التعاوني قائمة على التعاون كقيمة، وذلك من خلال تقسيم التلاميذ إلى مجموعة صغيرة بقصد أن يتم تعلمهم تعاونياً، بمعنى أن تتعاون المجموعة معاً في تعلم خبرة رياضية أو اكتساب مهارة أو الإجابة عن سؤال أو إلى اكتشاف علاقة أو البرهنة على صحة نظرية حيث يسهم كل فرد بما يمتلكه من خبرات أو بما يحتفظ به في الذاكرة من معلومات في التوصل إلى حل المشكلة المعروضة عليهم.

ولقد نشأت فكرة التعليم والتعلم التعاوني نتيجة النقد الموجه وصعوبة تحقيق التعلم الفردي.

ويرى أحد دعاة ومؤسسي التعلم التعاوني "روبرت سلافن" Robert Slavin إنه بديل لتوزيع التلاميذ في فصول متجانسة (فصل للضعفاء وفصل للمتوسطين وفصل للمتفوقين).. وسيلة لدمج كل التلاميذ في فصل واحد، وحل مشكلات التلاميذ الذين يجدون صعوبات في التعلم، وزيادة سلوك التقارب الاجتماعي بين الأطفال، إضافة إلى أنه وسيلة للارتفاع بمستوى التحصيل، وتوجد طرق عديدة تتكون بها المجموعات ولكن من المفترض أن يراعى فيها تعدد القدرات وتنوع الحالات الاجتماعية بحيث لا يكون فيها أي نوع من أنواع العزل الاجتماعي (مثلاً مجموعة تلاميذ مشاغبين معاً).

إستراتيجية التعلم التعاوني

مفهوم التعلم التعاوني

التعلم التعاوني هو أسلوب تدريس يتطلب تقسيم المتعلمين إلى مجموعات (٢-٦) وتضم كل مجموعة متعلمين ضعاف تحصيلياً بحيث يعلم بعضهم بعضاً ويشارك بعضهم بعضاً، لتحقيق أهداف مشتركة تحت إشراف وتوجيه المعلم.

الأهداف التعليمية للتعلم التعاوني

يستخدم التعلم التعاوني لتحقيق ثلاثة أهداف تعليمية هامة وهي: التحصيل الأكاديمي، تقبل التنوع، تنمية المهارات الاجتماعية.

أ- التحصيل الأكاديمي

يفيد التعلم التعاوني التلاميذ ذوي التحصيل المنخفض، وكذلك التلاميذ ذوي التحصيل المرتفع الذين يعملون معاً في المهام الأكاديمية حيث يقوم ذو التحصيل العالي بتعليم ذوي التحصيل المنخفض، فتتوفر بذلك مساعدة خاصة من شخص يشاركهم في اهتماماتهم. كما يكتسب ذوي التحصيل العالي تقدماً أكاديمياً.

ب- تقبل التنوع

التأثير الثاني للتعلم التعاوني وهو التقبل الأشمل لأفراد يختلفون في الثقافة والطبقة الاجتماعية، فالتعلم التعاوني يتيح الفرص للتلاميذ ذوي الخلفيات المتباينة والظروف المختلفة أن يعملوا معتمدين بعضهم على البعض الآخر في مهام مشتركة ويتعلموا تقدير الواحد للآخر.

جـ- تنمية المهارات الاجتماعية

الهدف الثالث للتعلم التعاوني هو أن يتعلم التلاميذ مهارات التعاون والتضافر، وهذه مهارات مهمة وعلى المرء أن يكتسبها. فكثيراً من الشباب والراشدين تنقصهم هذه المهارات الاجتماعية الفعالة.

العناصر الأساسية للتعلم التعاوني

تنظيم التلاميذ في مجموعات وإخبارهم بالعمل معاً لا يؤدي إلى عمل تعاوني على الوجه الأمثل، لذا كان من الضروري فهم العناصر الأساسية للتعلم التعاوني وهي كما يلي:

١- **الاعتماد الإيجابي المتبادل:** ويتوافر الاعتماد الإيجابي المتبادل عندما يدرك الطلبة إنهم مرتبطون مع أقرانهم في المجموعة بشكل لا يمكن أن ينجحوا ما لم ينجح أقرانهم في المجموعة فكل فرد له مسئوليتان هما أن يتعلم، ويتأكد أن كل فرد في مجموعته تعلم.

٢- **التفاعل المباشر المشجع:** التعلم التعاوني يتطلب تفاعلاً وجهاً لوجه بين الطلبة، وحتى يكون هذا التفاعل مثمراً لا بد أن يكون حجم المجموعات صغيراً (٢-٦) عضو.

٣- **المحاسبة الفردية:** المقصود أنه يتمكن كفرد من المهام التعليمية المكلف بها فبالرغم من أن العمل يتم في مجموعته إلا أن المحاسبة الفردية لكل فرد في المجموعة هي الدليل على أن كل فرد قد حقق الهدف من المجموعة ويمكن تحقيق ذلك بعدة طرق (تطبيق اختبار لكل فرد في المجموعة- اختيار المعلم أحد التلاميذ عشوائياً وسؤاله).

٤- **تقييم عمل المجموعات:** يجب أن يبدى المتعلمون آرائهم فيما تم تعلمه داخل المجموعات، وذلك في نهاية عمل المجموعة، فكل مجموعة بحاجة إلى وصف سلوك أفرادها لتحديد التعديلات التي يمكن إضافتها واتخاذ القرارات إزاء الأعمال التي يجب تغيرها لكي تحصل المجموعة على أفضل النتائج، وكذلك المعلم فلا بد من تسجيل الملاحظات عن تفاعل المجموعة، ويمكن تقديم استبيان لكل متعلم على حدة لمعرفة رأيه في مدى تحقيق الأهداف.

٥- **تنمية مهارات اجتماعية لدى المتعلمين:** نتيجة تفاعل التلاميذ في المجموعة لا بد أن يكون كل فرد منهم لديه قدر من مهارات التعامل الاجتماعي والتي يحرص المعلم على إكسابها للتلاميذ مثل احترام الرأي والرأي الآخر، والتعبير عن الرأي بوضوح وتشجيع الآخرين...الخ.

فوائد التعلم التعاوني

مما سبق يمكن أن نستخلص فوائد ومميزات استخدام التعلم التعاوني وهي:

١- تحسين دافعية الطلاب وزيادة انتباههم.

٢- زيادة مستوى فهم الطلاب (إذا تعلم بعضهم من البعض الآخر).

٣- تحسين سلوك الطلاب، حيث تتابع الجماعة سلوك أعضائها طبقاً للقواعد المتفق عليها.

٤- تنمية مهارات التواصل بناءً على تبادل الطلاب للأفكار والمعارف.

٥- تنمية المهارات الاجتماعية.

٦- الرغبة في التعلم حتى الإتقان.

٧- يجد التلميذ فرصة آمنة للمحاولة والخطأ والتعلم من خطأه.

٨- يتمكن المعلم من متابعة ٨ أو ٩ مجموعات بدلاً من متابعة ٥٠ أو ٦٠ تلميذاً.

٩- يقلل من جهد المعلم في متابعة وعلاج التلميذ الضعيف.

١٠- يقلل من بعض الأعمال التحريرية للمعلم مثل التصحيح فتكون للمجموعة ككل.

١١- يؤدي إلى تناقص التعصب للرأي والذاتية وتقبل الاختلافات بين الأفراد.

دور المعلم في التعلم التعاوني

أولاً: قبل التدريس:

١- تحديد الأهداف التعليمية تحديداً دقيقاً.

٢- تحديد حجم المجموعات وطريقة تكوينها.

٣- تحديد الفترة الزمنية اللازمة لأداء المهمة.

٤- ترتيب بيئة الفصل.

٥- إعداد وتجهيز المواد التعليمية والأنشطة والمهام.

٦- تحديد وتوصيف العمل المطلوب بدقة مع تحديد معايير النجاح.

٧- تشجيع المجموعة على تحديد أدوار كل فرد فيها.

ثانياً: أثناء عمل المجموعات:

١- شرح المهام المكلف بها التلاميذ.

٢- التأكيد على أهمية الاعتماد المتبادل الإيجابي، حيث أن الدرجة التي يحصل عليها الفرد تتأثر بالدرجة الكلية التي تحصل عليها المجموعة.

٣- مناقشة المجموعات لبعضهم البعض.

٤- يعلن المعلم عن أداء كل مجموعة.

٥- يلخص المعلم إنجازات كل مجموعة، ويعرضها في نقاط بسيطة.

دور التلاميذ في التعلم التعاوني

الأدوار الرئيسية في نشاط المجموعة والتي يقوم بها التلاميذ يمكن تلخيصها فيما يلي:

١- **قائد المجموعة**: هو المسئول عن توجيه الأفراد نحو إنجاز الهدف المنشود ومنعهم من إضاعة الوقت وعليه أن يتأكد من فهم كل فرد في المجموعة للهدف المطلوب وللخطوات المطلوب إتباعها، وفض أي خلافات بين أفراد المجموعة.

٢- **المستوضح**: وهو الذي يطلب من أي فرد في المجموعة يدلي برأيه وأن يشرح بصورة أفضل، أو يطلب منه توضيح كلامه بأمثلة، أو يطلب منه مزيداً من الشرح أو الإضافة أو التبسيط ويتأكد من فهم كل فرد في المجموعة لما يدور من مناقشات.

٣- **مقرر المجموعة**: عليه أن يكتب ويسجل ما يدور من مناقشات، وما تتوصل إليه المجموعة من قرارات وهو يقوم بتلخيص هذه القرارات وقراءتها على المجموعة قبل أن يكتبها، وأحياناً يقوم المقرر بعرض ما توصلت إليه مجموعته للمجموعات الأخرى، وأحياناً يقوم بهذه المهمة فرد آخر.

٤- **المراقب (الملاحظ)**: وهو الذي يتأكد من تقدم المجموعة نحو الهدف في الوقت المناسب ومن قيام كل فرد بدوره وحسن استخدام الأدوات المتاحة، ويلاحظ شدة الصوت في مجموعته بما لا يزعج المجموعات الأخرى.

٥- المشجع: يقدم الدعم ونشر روح الطمأنينة بين المجموعة، ويشجع زملائه على ذكر مزيد من الأداء.

٦- الناقد: وهو الذي يظهر بعض جوانب القصور فيما قرأه زملائه ويبرر رأيه أيضاً، وأحياناً يطلب منه اقتراح التعديل المطلوب لتحسين الموضوع.

٧- المتعهد: وهو المسئول عن الخامات فهو يحضر أي خامات يتطلبها العمل في المجموعة وهو الذي يتسلم الأدوات والخامات من المعلم، مع إرجاعها في نهاية الدرس وأحياناً وحسب طبيعة العمل تضاف أو تحذف بعض الأدوار السابقة وقد يضيف المعلم أدواراً أخرى.

كيفية تنفيذ إستراتيجية التعلم التعاوني في الفصل

١- قم بتجهيز الأدوات والأجهزة اللازمة لتنفيذ مهام كل درس.

٢- قسم تلاميذ الفصل إلى مجموعات صغيرة تتراوح أعدادها من (٤-٧) تلاميذ مختلفي التحصيل.

نظم كل مجموعة بحيث يجلسون على شكل دائرة أو في مواجهة بعضهم البعض مع مراعاة مساحة وطبيعة الفصل.

٣- قسم كل درس إلى مهمات فرعية وقدمها للتلاميذ على صورة أوراق عمل حيث يقوم التلاميذ بتنفيذها.

٤- حدد الأدوار لكل مجموعة، بحيث يكون لكل تلميذ دور محدد، ومن هذه الأدوار (القائد، الناقد، المشجع،...).

٥- قم بتغيير الأدوار كل حصة، بحيث يمارس كل تلميذ الأدوار المختلفة.

حدد تدريب يحله كل تلميذ بمفرده (محاسبة فردية) للتعرف على مستوى التلاميذ.

ورقة عمل المجموعات التعاونية

مهمة (١) تحديد معنى التناسب

التمرين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٤}{٨}$ ، $\frac{٦}{١٢}$

١- بعد الإطلاع على ما يعرض عليك من كسور.

٢- بالتعاون وتبادل الأفكار والمناقشة مع زملائك في المجموعة قم بالإجابة على النشاط التالي:

أ- هل قرأت المسألة جيداً؟

ب- ما هي المعلومات المعطاة؟

جـ- ما هو المطلوب من المسألة؟

د- هل يمكن تبسيط الكسور إلى أبسط صورة.....،.......،...

هـ- ماذا تستنتج من هذا الاختصار.

٣- اكتب تقريراً لما توصلتم إليه من معلومات مع ذكر السبب.

٤- ناقش مع معلمك المعلومات التي توصلتم إليها من خلال التقارير واستمع لتوجيهاته.

مهمة (٢) نشاط يوضح إيجاد الكميات المجهولة في تناسب

(تمرين) إذا كان ثمن قلم الرصاص ١٠ قروش فكم يكون ثمن قلمين، ٣ أقلام، ٤ أقلام...

عدد الأقلام	١	٢	٣	٤	١٥	.....
الثمن بالقروش	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	١٥٠	.....

١- بعد مشاهدة ما يعرض عليك في الشفافية.

٢- ومن خلال الأدوات التي يعرضها عليك المعلم.

٣- بالتعاون وتبادل الأفكار والمناقشة مع زملائك في المجموعة قم بالإجابة على النشاط التالي:

أ- هل قرأت المسألة جيداً؟

ب- ما هي المعلومات المعطاة؟

جـ- ما هو المطلوب من المسألة؟

د- انظر إلى الأرقام الموجودة في الصف الأول؟

هـ- انظر إلى الأرقام الموجودة في الصف الثاني؟

ماذا تلاحظ.......

و- ما العلاقة بين الأعداد الموجودة في الصف الثاني والأعداد الموجودة في الصف الأول؟

ز- ما العلاقة بين الأعداد الموجودة في الصف الأول والأعداد الموجودة في الصف الثاني؟

ح- هل تستطيع تكملة الجدول؟

ط- ماذا تستنتج من هذا النشاط؟ مع ذكر السبب؟

٤- اكتب تقريراً بما توصلتم إليه من معلومات مع ذكر السبب؟

ناقش مع معلمك المعلومات التي توصلتم إليها من خلال التقارير واستمع لتوجيهاته.

مهمة (٣) نشاط يوضح مثال مضاد لفكرة التناسب

تمرين: أكمل الجدول التالي

٤	١٦	....	٤٢	.....
٣	.....	٢١	.....	٣٦,٣

١- من خلال الشفافية التي تعرض عليك (مثال مضاد لفكرة التناسب).

٢- بالتعاون وتبادل الأفكار والمناقشة مع زملائك في المجموعة قم بالإجابة على النشاط التالي:

أ- هل قرأت المسألة جيداً؟

ب- ما هي المعلومات المعطاة؟

جـ- ما هو المطلوب من المسألة؟

د- انظر إلى العدد الأول في الصف الأول والعدد الأول في الصف الثاني؟

هـ- حدد العلاقة بينهما؟

و- هل تستطيع إيجاد الأعداد الناقصة في الجدول؟

ز- ماذا تستنتج من هذا النشاط؟ مع ذكر السبب؟

٣- اكتب تقريراً بما توصلتم إليه من معلومات مع ذكر السبب.

٤- ناقش مع معلمك المعلومات التي توصلتم إليها من خلال التقارير واستمع لتوجيهاته.

٥- ناقش مع معلمك لماذا لا تعتبر هذه الأعداد ليست في تناسب؟

التقويم

١- أكمل الجدول التالي لتكون الأعداد المتناظرة في صفي الجدول متناسبة

٤	٥	٦	٧			١٠
٢٠				٤٠	٤٥	

ثم عبر عن بيانات هذا الجـدول بصـورة تناسـب= $\frac{٤}{٢٠}$ ٠٠ = ٠٠ = ٠٠ = ٠٠ = ٠٠

=٠٠

٢- أنشطة إضافية

استخدم الأعداد الموجودة أمام كل صف لإيجاد كسور مكافئة للكسر الموضح

أ- $\frac{١}{٢}$ ١، ٢، ٣، ٤ ب- $\frac{٦}{٩}$ ٢، ٣، ٤، ٦

جـ- $\frac{٦}{٤}$ ١، ٢، ٣، ٤ د- $\frac{١}{٨}$ ١، ٢، ٣، ٨

إستراتيجية العصف الذهني Brainstorming Strategy

ظهور مفهوم العصف الذهني

لاحظ "أليكس أوسبورن" Alex Osborn (مسئول إعلانات تنفيـذي) عـام ١٩٤١ أن بعـض الأفـراد يمتنعـون عـن ذكـر الأفكـار الجديـدة أثنـاء الاجتماعـات التجارية ففكر في وضع بعض القواعد التي تساعدهم على التخلص من هذا الحـرج والإحجام عن عرض أفكارهم بطريقة تعطيهم الحرية في التفكير والتحـدث بحريـة لتوليد أفكار جديدة.

أطلق "أسبورن" على هذه الطريقة في البداية التفكير غير المعتاد Think Up وبعد وصف الإجراءات وتطويرها استخدم مصطلح العصف الذهني Brain Storming.

وعرف "أليكس أوسبورن" العصف الذهني بأنه اجتماع منظم لمجموعة من الأفراد لإيجاد حل لمشكلة معينة عن طريق تجميع كل الأفكار العفوية التي يذكرها أفراد المجموعة.

ولقد ترجم الباحثون العرب مصطلح Brain Storming إلى عدة مرادفات منها العصف الذهني، القصف الذهني، المفاكرة، إمطار الدماغ وتدفق الأفكار، ولكن من أشهرها مصطلح العصف الذهني لأن العقل يعصف بالمشكلة ويفحصها بهدف التوصل إلى الحلول الابتكارية المناسبة لها، كما يمكن اعتباره وسيلة للحصول على أكبر عدد ممكن من الأفكار من مجموعة من الأشخاص خلال فترة زمنية وجيزة. وفي إطار حجرة الدراسة يمكننا أن نصيغ التعريف التالي للعصف الذهني.

العصف الذهني

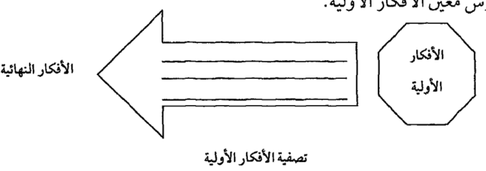
هي خطة تدريسية تعتمد على استثارة أفكار التلاميذ وتفاعلهم، انطلاقاً من خلفيتهم العلمية، حيث يعمل كل واحد منهم كعامل محفز لأفكار الآخرين ومنشط لها، لإعداد التلاميذ لحل مشكلة معينة أو قراءة أو مناقشة أو كتابة موضوع ما، وذلك في وجود موجه لمسار التفكير وهو المعلم.

ويعرف كذلك مفهوم العصف الذهني في المراجع المتخصصة بأنه:

أحد استراتيجيات المناقشة الجماعية التي تشجع على توليد أكبر عدد ممكن من الأفكار المتنوعة والمبتكرة بشكل عفوي تلقائي حر في ضوء مناخ مفتوح غير نقدي

لا يحد من إطلاق الأفكار التي تخص حل مشكلة معينة، ثم غربلة هذه الأفكار واختيار الملائم منها.

من خلال التعريفات السابقة يمكن أن نستنتج أن استخدام طريقة العصف الذهني في الرياضيات يكون في حدود ضيقة مثل التمهيد لدرس جديد عن طريق استثارة أفكار المتعلمين، وقد تستخدم في حل المشكلات، خلال المرحلة الخاصة بجمع البيانات والمعلومات لفرض الفروض لحل المشكلة، وأحياناً تستخدم لمراجعة درس معين الأفكار الأولية.



تصفية الأفكار الأولية

بواسطة مجموعة من المتعلمين

أدوار المتعلمين في طريقة العصف الذهني

قبل البدء في طريقة العصف الذهني يراعى تحديد الأدوار للمتعلمين وهي كالتالي:

١- الميسر: **Facilitator** وهو المسئول عن

- تنظيم اللقاء.
- توجيه المتعلمين إلى ضرورة التركيز والالتزام بالموضوع.
- عرض وتوضيح المشكلة للمشاركين.
- تشجيع وتحميس المشاركين وحثهم على المشاركة.

٢- **المسجل**: وهو الشخص المسئول عن تسجيل كل الأفكار التي يتم عرضها كما هي، سواء بالكتابة أو التسجيل على شريط، وذلك لدراستها فيما بعد، ويجب أن يتغير المسجل كل مرة، وعليه أن يكون محايداً.

٣- **المشاركون**: يمثل المشاركون مستويات تحصيلية مختلفة من المتعلمين وذلك لضمان ثراء وتنوع الأفكار.

خطوات وطريقة العصف الذهني

يمكنك عزيزي الطالب المعلم أن تستخدم طريقة العصف الذهني بنجاح أثناء عرضك لموضوعات الرياضيات إذا اتبعت ما يلي:

١- تعريف واضح ومحدد للمشكلة.

٢- وجود عدد مناسب من الأفراد ومشاركتهم جميعاً.

٣- تسجيل كل الأفكار كما هي سواء كانت مقبولة أو غريبة.

٤- تجنب نقد الأفكار أو الحكم عليها في مرحلة تجميعها.

٥- بعد الانتهاء من عرض الأفكار لا بد من تلخيصها (حذف الأفكار المكررة) والوصول منها إلى حل أو حلول مقترحة للمشكلة.

ولكي يستطيع المعلم أن يستخدم الخطوات السابقة يجب أن يجيب أولاً على الأسئلة التالية:

- ما طريقة جلوس التلاميذ في طريقة العصف الذهني؟
- ما عدد الأفراد في المجموعة؟
- ما الأدوات المستخدمة في طريقة العصف الذهني؟
- ما مصادر التعلم التي يمكن استخدامها؟

ولنتعرف على إجابة الأسئلة السابقة راجع ما يلي:

١ - طريقة جلوس التلاميذ في العصف الذهني:

يجلس المتعلمون في طريقة العصف الذهني بشكل يساعدهم على رؤية بعضهم بعضاً ويمكن تحقيق ذلك من خلال جلوسهم على شكل حرف **U** أو على شكل دائرة وفي حالة تقسيم الفصل إلى مجموعات صغيرة يجب أن يجلس التلاميذ متقاربين ويكون بينهم لوحة ورقية كبيرة حتى يسجل فيها كل التلاميذ أفكارهم في نفس الوقت.

٢ - عدد الأفراد في مجموعات العصف الذهني:

يمكن أن تتكون كل مجموعة في جلسة العصف الذهني من ٦ - ١٠ تلاميذ وذلك حتى لا تؤدي الزيادة في الأعداد إلى حدوث نوع من الفوضى أو شعور بعض التلاميذ بالملل لعدم وجود الفرصة الكافية لهم لعرض أفكارهم.

٣- الأدوات المستخدمة في طريقة العصف الذهني:

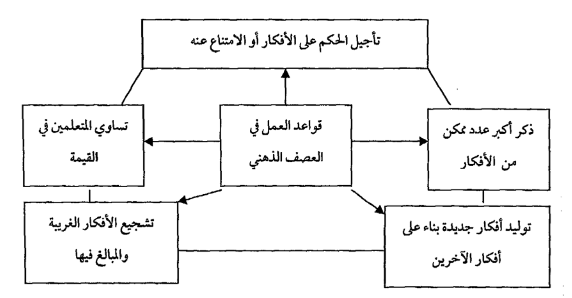
- أوراق كبيرة يقوم المسجل بكتابة كل الأفكار فيها.
- جهاز تسجيل لتسجيل الأفكار بدل من كتابتها.

٤- مصادر التعلم المستخدمة في العصف الذهني:

- جهاز عرض الشفافيات لعرض ملخص الأفكار التي تم تسجيلها أو أي بيانات أو أشكال توضيحية.
- شرائط الفيديو أو برامج كمبيوتر مناسبة.
- رسوم وأشكال توضيحية.

قواعد العمل داخل المجموعات

يتم العمل داخل المجموعات أثناء جلسة العصف الذهني في ضـوء مجموعـة من القواعد التي تساهم في نجاح العمل وزيادة الأفكار وهذه القواعد هي:



وسوف نوضح فيما يلي أهمية القواعد الخمسـة السـابقة في جلسـات العصـف الذهني

١- تأجيل الحكم على الأفكار أو الامتناع عنه يساعد على:

- تقليل أحجام المتعلمين عن ذكر أفكارهم.
- تزايد الأفكار لعدم وجود نقد لها.
- ظهور الأفكار الأصلية أو الأساسية.

٢- ذكر أكبر عدد ممكن من الأفكار يساعد علي:

- تكوين أفكار جديدة بدمج عدة أفكار.
- جودة الأفكار المطروحة.

٣- توليد أفكار جديدة بناء على أفكار الآخرين يعمل على:

- الاستفادة من كل فكرة أو أساس أو مفهوم.
- تعديل فكرة شخص ما وهو أمر سهل من التفكير في فكرة جديدة.

٤- تشجيع الأفكار الغريبة والمبالغ فيها يعمل على:

- تعديل الأفكار غير الجيدة والاستفادة منها.
- زيادة الأفكار التي يمكن الحصول عليها.
- تشجيع مشاركة المتعلمين وتقليل أحجامهم عن المشاركة.

٥- تساوى المتعلمين والأفكار في القيمة يؤدي إلى:

- تساوى كل الأفكار في قيمتها من حيث الإثارة.
- تنوع الأفكار بما يساعد على تغطية كافة جوانب الموضوع.
- تشجيع المتعلمين على الاستماع لأفكار زملائهم.

نموذج لاستخدام طريقة العصف الذهني في تعليم الرياضيات

أولاً: استخدام طريقة العصف الذهني كتمهيد لدرس جديد

الدرس: التوازي

الأهداف:

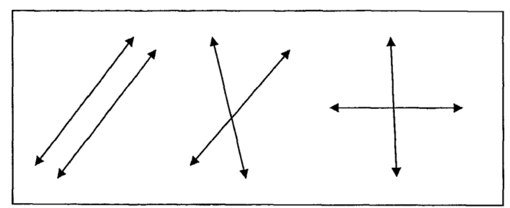
- أن يذكر التلاميذ معنى التوازي.
- أن يستنتج التلميذ إنه إذا توازى مستقيمين يكون تقاطعهما المجموعة الخالية
- أن يحدد رمز علاقة التوازي.

- أن يميز بين الأوضاع المختلفة لمستقيمين في مستوى واحد.

التمهيد:

يقدم المعلم للتلاميذ شفافية عليها الأوضاع المختلفة لمستقيمين في مستوى واحد ويحاول أن يحصل منهم على التسمية الصحيحة لكل وضع ويقوم بتسجيل ما يقولونه على السبورة إلى أن يصل إلى أدق الإجابات.

أوضاع مستقيمين في مستوى واحد



والمطلوب منكم الآن ذكر أمثلة على وضع التوازي لمستقيمين ويقوم المعلم بتسجيل الإجابات التالية:

قضبان السكك الحديد- طولي المستطيل وعرضي المستطيل- ضلعي المثلث- جانبي السبورة- صفي المقاعد في الفصل- أرجل الإنسان- جانبي منضدة المعلم.

ويلاحظ أن بعض الإجابات قد تكون غير صحيحة ولكن لا بد من تسجيلها وينتهي المعلم بالحصول على الأمثلة التي تساعده على شرح موضوع التوازي، ويمكن أيضاً استخدام العصف الذهني في حل مشكلة رياضية أو في مراجعة درس ما.

حاول عزيزي الطالب المعلم أن تقترح نموذجاً لدرس تستخدم فيه طريقة

العصف الذهني مع تلاميذك لحل مشكلة رياضية معينة ونموذجاً لدرس آخر تستخدم فيه العصف الذهني في مراجعة حد دروس الرياضيات.

إستراتيجية (فكر- زواج- شارك)

مقدمة

هذه الإستراتيجية إحدى الطرق التدريسية المشتقة والمستحدثة من التعلم التعاوني، كما تتحدى مواقف التعلم الجماعي من خلال ما تمنحه للتلاميذ من وقت للتفكير واستخدام خبراتهم السابقة ومساعدة الزميل الآخر.

وبناء على ذلك اعتبرت هذه الإستراتيجية إحدى إستراتيجيات التعلم النشط ذي المعنى، حيث تستخدم لتنشيط ما لدى الأفراد من معرفة سابقة للموقف التعليمي للتوصل لإجابة معينة حول المشكلة أو السؤال المطروح، فبعد أن يتم بشكل فردي التفكير في صمت في فكرة ما لبعض الوقت يقوم كل زوج من التلاميذ بمناقشة أفكارهم معاً ثم يشاركا زوجاً آخر من التلاميذ في مناقشاتهما حول نفس الفكرة والتوصل إلى فكرة موحدة تمثل فكر المجموعة.

وبالإضافة إلى ذلك تساعد إستراتيجية (فكر- زاوج- شارك) في توفير فرص للتفكير الفردي دون مقاطعة أحد، وعرض كل فرد ما فكر به على زميل (التعلم التبادلي بين الأفراد) ثم على المشاركة التعاونية (مشاركة كل زوج مع زوج آخر) وتساعد هذه الإستراتيجية من التغلب على مشكلة إنه في كثير من الأحيان يفتقد التفاعل في الفصل على عدد قليل من التلاميذ الذين يكونون في العادة هم المتفوقون نسبياً وباقي الفصل يبتعد عن المشاركة خجلاً.

ويمكن وصف هذه الإستراتيجية إنها أحد إستراتيجيات التعلم التعاوني

النشط، فبعد أن يفكر كل تلميذ بمفرده في معلومة ما يفكر مع زميلاً يجلس بجواره أو مقابلاً له ليكونا زوجاً، ثم تأتي المشاركة حيث يفكر كل زوج مع زوج آخر ليكونوا معاً المربع الطلابي عند إذن يمارس كل تلميذ دوراً محدداً وفق فلسفة التعلم التعاوني، وفي مرحلة المزاوجة والمشاركة يفكر التلاميذ معاً ويعبرون عن أفكارهم بكل حرية ودون خجل أو تردد ويجتهدون معاً لصياغة فكرة موحدة متفق عليها ويتم عرضها من خلال أحد أفراد المجموعة، كما يمكن لباقي المجموعات بالصف أن توجه الأسئلة والاستفسارات حول هذه الفكرة المعروضة وكيفية التوصل إليها ويعطي المعلم التلاميذ وقتاً كافياً في كل خطوة من خطوات هذه الإستراتيجية.

تعريف

تعرف إستراتيجية (فكر – زاوج – شارك) بأنها تركيبة صغيرة للتعلم التعاوني وتمثل ثلاث خطوات هي التفكير (Thinking) والمزاوجة (Paring) والمشاركة (Sharing).

تشبه إستراتيجية (T.P.S) إستراتيجية (فكر – زاوج – ربع) في خطوة المشاركة التي يشترك فيها زوج من التلاميذ مع زوج آخر ليكونوا المربع الطلابي.

خطوات إستراتيجية (فكر – زاوج – شارك) (T.P.S) S Strategy

١– يطرح المعلم سؤالاً أو يعرض مشكلة

Step One: Teacher Poses a Question

٢– يفكر التلاميذ بصورة فردية

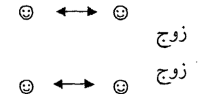
Step Two: Students Think individually



٣- كل طالب يناقش إجابته مع زميله (في شكل أزواج)

Step Three: Each Student Discusses

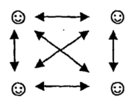
His or her Answer With Fellow Student



٤- يتبادل طلاب المجموعة معاً الإجابات حتى التوصل إلى إجابة أو حل للمشكلة المعروضة.

Step Four: Student Share Their

Answers With The wall Class



وفي ضوء توجيهات المعلم يتم التبادل بين كل طلاب الفصل والتي ينتج عنها أكثر من حل أو إجابة صحيحة للسؤال أو المشكلة المطروحة، وقد تجري مناقشة تفاعلية عن كيفية الوصول إلى الحل أو الإجابة.

مميزات إستراتيجية (فكر- زاوج- شارك)

١- تعطي فرصة للتلاميذ كي يناقشوا أفكارهم معاً وهذا هو المهم لأن البنية المعرفية للتلاميذ تبدأ في التكوين من خلال تلك المناقشات.

٢- تعمل على تعزيز الاتصال الشخصي ومهارته من خلال مناقشات الطلاب بعضهم البعض.

٣- تتيح للمعلم فرصة الوقت كي يستعد عقلياً للخطوة التالية، وتتيح للطلاب فرصة كتابة أفكارهم في كروت ويتم جمعها وفحصها من جانب المعلم مما يعطيه الفرصة للتقييم الفردي ويتعرف على مدى استطاعة التلاميذ على استيعاب الموقف وإن كانت لديهم مشكلة في الفهم أم لا.

٤- إكساب الحيوية لحجرة الدراسة حيث العمل الفردي تزداد فيه الفعالية أكثر من المشاركة الجماعية وتبدو أهميتها لأن كل من طرفي المزاوجة إما متحدث أو مستمع، كما أن المشاركة مع باقي الفصل بالأفكار والتعليقات التي تلبي احتياجات الطلاب للتواصل الاجتماعي وحرية التعبير عن آرائهم.

٥- توفر هذه الإستراتيجية وقتاً عقلياً للتفكير (Think Time) وذلك يزيد من جودة الإجابات والحلول المقدمة من التلاميذ حول المشكلة المعروضة.

أدوار المعلم في هذه الإستراتيجية

١- يحدد المعلم المشكلة قيد التفكير والتي يعدها المعلم بحيث تناسب قدرات التلاميذ وإمكانياتهم ويستطيعون التفكير فيها.

٢- إعداد بيئة التعلم أو حجرة الدراسة كي تكون جاهزة لتنفيذ الدرس وإعداد المواد والأدوات اللازمة للدرس.

٣- يطرح المعلم بعض الأفكار التي تساهم في حل المشكلة المطروحة كمفاتيح للحل حتى يضمن بذلك أن تفكر التلاميذ تفكيراً موجه نحو حل المشكلة ولا يبتعدوا كثيراً عن الحلول الممكنة.

٤- يراقب المعلم المناقشات الدائرة بين التلاميذ ويحاول أن يكشف أي سوء للفهم ويقدم التوجيه السليم.

٥- يناقش المعلم بعض مجموعات العمل مع باقي الفصل ويقدم التعزيز المناسب للمجموعات التي أظهرت تقدماً وتميزاً في الوصول لحلول المشكلة المطروحة.

ويمكن تلخيص أدوار المعلم في هذه الإستراتيجية كما يلي:

يتمثل دور المعلم في الإعداد والتخطيط للعمل بهذه الإستراتيجية وذلك قبل تنفيذها داخل الفصل، وأثناء الدرس يتابع عمل المجموعات ويرد على الاستفسارات ويستمع إلى المناقشات داخل المجموعات، ويلاحظ أداء التلاميذ ويقدم لهم تغذية راجعة لما يصلون إليه ثم ينتهي بتلخيص واضح لما تم التوصل إليه من إجابات عن أسئلة أو حلول للمشكلات.

أدوار التلاميذ في هذه الإستراتيجية

١- يقوم التلميذ بالتفكير فردياً لوقت محدد في المشكلة المطروحة.

٢- اشتراكه مع زميل آخر للمناقشة وتبادل الآراء والأفكار ومحاولة التوصل لفكرة واحدة متفق عليها من الطرفين.

٣- التفاعل مع الزملاء الآخرين والاحتفاظ بالعلاقات الطيبة في العمل الجماعي.

٤- الامتثال لتوجيهات المعلم والمشاركة بفاعلية في الموقف التعليمي حتى يمكن تنفيذ خطوات الإستراتيجية والتي للتلميذ دوراً فعالاً في تنفيذها.

إستراتيجية (فكر- زاوج- شارك) وعلاقتها بالتعلم التعاوني

- بالرغم من أن إستراتيجية (فكر- زاوج- شارك) تعتبر إحدى تركيبات التعلم التعاوني إلا أنها تنفرد بخطوات التفكير والمزاوجة بحيث يكون الخطوة الأولى تفكيراً فردياً في المشكلة المطروحة أو بالسؤال وذلك يزيد من جودة إجابات التلاميذ، أما خطوة المزاوجة يكون فيها العمل بشكل ثنائي بين كل اثنين من التلاميذ وتكون المشاركة فعالة جداً بينهم حيث يكون إحداهما متحدث مرة ومستمع مرة أخرى.
- وفي خطوة المشاركة يكون فيها تعلماً تعاونياً حيث يشترك كل زوج مع زوج آخر ليتكون المربع الطلابي ويتم العمل بشكل رباعي بين مجموعات الطلاب في المناقشة وتبادل الآراء للوصول لحل يتفقوا عليه جميعاً.
- وبناءً على ذلك فإن هذه الإستراتيجية تجمع بين مميزات التعلم التعاوني والتعلم التنافسي الفردي من خلال خطواتها المتنوعة.

إستراتيجيات الذكاءات المتعددة

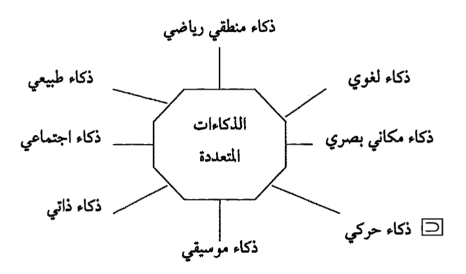
لقد تحولت النظرة التربوية لمفهوم الذكاء من الذكاء الموحد إلى الذكاء الفردي حيث أصبح الذكاء يمثل مهارات عقلية يمكن تنميتها من خلال تدريب الفرد عليها من إتقانها والتمكن منها، فقد أسهمت العديد من الدراسات العلمية والتربوية التي تناولت تشريح المخ وتحديد الوظائف الأساسية للجانب الأيمن من المخ والجانب الأيسر منه في تحويل النظرة للذكاء، إذ أكدت تلك الدراسات على قابلية المخ على التعديل الذاتي من خلال التفاعل البيئي المؤثر، فيتطور وينمو طبقاً للتفاعلات المؤثرة التي تعمل مثيرات معدلة للاستجابات التابعة من التغيرات البيئية.

وعلى هذا فإن الذكاء أصبح بمفهومه الحديث طاقة دينامية نامية بعد أن كان قدرة عامة ثابتة وموروثة.

وتتنوع أنماط التعلم بين التلاميذ في الفصل الواحد، فنلاحظ أن بعضهم يتعلم بسرعة إذا عرضت عليه المعلومات مصورة والبعض يفضل الكلام المقروء، والبعض الآخر يفضل الاستماع أكثر من القراءة، وهناك من يفضل الأسلوب التجريدي الرياضي في تقديم المعلومات، بينما يفضل البعض الأسلوب اللغوي الإنشائي... وهكذا.

ومن هذا المنطلق أجرى جاردنر Gardner أبحاثه، ليحدد هذه الفروق بين الأفراد، واستطاع أن يميز بين ما أسماه سبعة أنواع مختلفة من الذكاء وظهرت لنا نظرية الذكاءات المتعددة Multiple Intelligence.

وتعتبر نظرية الذكاءات المتعددة ثورة ضد الاعتقاد الذي ظل مسيطراً لزمن طويل ومؤداه أن الإنسان يمتلك ذكاءً واحداً ثابتاً يتحدد بمعامل (I.Q) ويقاس باختبارات يسيطر عليها الذكائين المرتبطين بالقدرة اللغوية والرياضية ونتيجة لهذه الاختبارات يتم تصنيف البشر إلى طبقات على سلم القدرة العقلية ما بين أذكياء وغير أذكياء الأمر الذي أدى بدوره إلى تفسيرات ضيقة وإساءة تربوية واجتماعية للكثيرين دون وعي وإدراك لأن الذين صنفوا على أنهم غير أذكياء كانوا يمتلكون قدرات عقلية أخرى كان من الممكن أن تستثمر لصالح أصحابها.



ولقد اقترح جاردنر في كتابه (Frames Of Mind ١٩٣٣) أطر العقل وجود سبعة ذكاءات أساسية على الأقل وهي (الذكاء اللغوي- الذكاء الرياضي- الحسي- الحركي- الاجتماعي- الموسيقي- الشخصي- المكاني) ثم قام جاردنر ومساعديه بعد ذلك، بإضافة أنواع متعددة من الذكاء منها الذكاء الطبيعي، الذكاء الوجودي، الذكاء الروحاني.

إن نظرية جاردنر للذكاءات المتعددة تمكن المربيين من مناقشة نقاط القوة في جميع الأطفال وتساعد في تخطيط الإستراتيجيات التعليمية المناسبة، وذلك بقصد خلق بيئة صفية أكثر فعالية وينبغي على الفصول الدراسية أن تشتمل على أنشطة ومواد وتقييم تستجيب لكل هذه الذكاوات.

وهنا يأتي دور المعلم الفعال في اكتشاف قدرات وميول تلاميذه ونقاط القوة والضعف لديهم وأي نوع من المتعلمين هم ليقوم بعدها بوضع بعض الأسس التي قد تساعده على التدريس ومراعاة الفروق الفردية بين تلاميذ الصف الواحد، وقد يوفر المعلم على نفسه الشيء الكثير إذا ما فهم تلاميذه، ومع ذلك يتعلم أحدهم أفضل من الآخر، فالتعلم يحتاج إلى وسيلة ولكل فرد وسيلته للوصول إلى الهدف.

أما إستراتيجيات التعلم اللازمة للمعلم لتنمية الذكاءات المتعددة فهي:

مجموعة الإجراءات التي يستخدمها المعلم تبعاً للذكاءات المتعددة التي يمتلكها المتعلم حيث لكل نوع معين من الذكاوات إجراءات محددة تتعلق بخصائص المتعلم، فالمتعلم الذي لديه ذكاء منطقي رياضي مثلاً لديه إجراءات خاصة تجعله يتميز عن غيره من الأفراد، وهكذا بالنسبة للذكاوات الأخرى.

وفيما يلي أنواع الذكاء التي قدمها جاردنر:

الذكاء	الأشخاص الذين يتمتعون به	المهارات التي يتميزون بها
١- المنطق الرياضي Logical Mathematical Intelligence ويتعلق بالقدرات المنطقية والرياضية العلمية وتتمثل في المقدرة على استخدام الأعداد بفاعلية والحساسية للأنماط والعلاقات والقضايا المنطقية والمجردة	علماء الرياضيات والأخصاء وعلماء المنطق- مبرمجي الكمبيوتر- المحاسبين- المهندسين	الاستنتاج- التصنيف في فئات التحليل- التعميم- الحساب- التخمين- استخدام الخوارزميات- استخدام الرموز المجردة- التوقع والتنبؤ في ضوء معطيات- وضع الفروض- تفسير التفكير- صياغة وحل مسائل ذهنية صعبة
٢- المكاني البصري Spatial Visual Intelligence وهو يرتبط بالقدرة على تخيل الأشياء في الفراغ وتقدير	مهندسي الديكور- الفنانين- الرسامين- المعماريين- الصيادين.	عمل المجسمات والمخططات والتعبير عن الأفكار بالخطوط والأشكال- تنسيق الألوان-

الذكاء	الأشخاص الذين يتمتعون به	المهارات التي يتميزون بها
أحجامها وتخيل ألوانها والإحساس بالألوان والخطوط والمساحات.		الرسم والتلوين- تمثيل الأحداث بصرياً بالوصف والرسم البياني- التعبير بالخرائط.
٣- الذكاء اللغوي اللفظي Linguistic Verbal Intelligence يتعلق بالقدرة على استخدام الكلمات بفاعلية وإيجاد المترادفات والتشبيهات- تركيب الجمل واستخدام اللغة لإقناع الآخرين النطق الصحيح والإلقاء.	الشعراء- الكتاب- الأدباء- الممثلين- الخطيب السياسي- المحرر أو الصحفي	رواية القصص- كتابة الرسائل- النقاش- إعطاء دلالات ومعاني عديدة للألفاظ
٤- الذكاء الموسيقي Musical Intelligence وهو يتضمن القدرة على إدراك الصيغ الموسيقية وتمييزها وتحويلها والتعبير عنها ونقدها أي فهم الموسيقى كعلم وفن.	المطربين- مهندسي الصوت- العازفين	تميز الأغاني والنغمات الموسيقية التعبير بالموسيقى وبالصوت أو باستخدام آلة -تقليد الأصوات- الحساسية العالية للإيقاعات الموسيقية- تكوين أنماط ذات قافية.
٥- المنطق الرياضي Bodily Kinesthetic Intelligence	الجراحين- الممثلين- الحرفيين- مصممي	التقليد- المهارات الحركية الدقيقة التي يتم فيها التنسيق

الذكاء	الأشخاص الذين يتمتعون به	المهارات التي يتميزون بها
ويتضمن قدرة الجسم ككل أو جزء منه في التعبير عن المشاعر والأفكار- واستخدام اليدين بسهولة في إنتاج الأشياء وتحويلها.	الأزياء- النحات- الرياضيين- الراقصين	بين اليد والبصر- التوازن- السرعة والمرونة.
٦- الذكاء البين شخصي (الاجتماعي) Interpersonal Intelligence ويقصد به القدرة على فهم الآخرين وكيفية العمل في مجموعات والتفاعل معهم والقدرة على ملاحظة الفروق بين الناس وإدراك أمزجتهم ومشاعرهم ودوافعهم وتقديرها.	الوالين- المدرسين- الأخصائيين- النفسيين- السياسيين	القدرة على القيادة- التأثير على الآخرين- التفرقة بين الحالات المزاجية للأفراد من خلال التعبيرات في الوجه والصوت- القدرة على الاستجابة المناسبة للآخرين- التواصل مع الآخرين- قوة الملاحظة.
٧- الذكاء الضمن شخص- (الذاتي) Interpersonal Intelligence ويرتبط بقدرة الفرد على تكوين انطباع صادق عن قدراته وإمكانياته ونواحي القوة	الحكماء- الفلاسفة- العلماء	مراقبة الذات- التأمل الذاتي- الثقة بالنفس- التحدي- الإنجاز الفردي- التأمل وعمق التفكير- اقتراح الحلول

الذكاء	الأشخاص الذين يتمتعون به	المهارات التي يتميزون بها
والضعف لديه وفهم ذاته وتحليل أحاسيسه ورغباته الداخلية		
٨- الذكاء الطبيعي Naturalist Intelligence ويتضمن القدرة على تمييز وتصنيف الكائنات الحية (النباتات والحيوانات) وكذلك الجمادات (صخور، محاريات، سحب) ويتضمن الوعي بالتغيرات المحيطة.	الصيادين- المزارعين- علماء النبات والحيوان والجيولوجيا- علماء الآثار	فهم الطبيعة- تميز وتصنيف معالم من الطبيعة- استخدام المناظير والميكروسكوبات- استخدام الطبيعة.

ومن الجدول السابق يتضح أن هناك استراتيجيات قد تتفق مع فئة من المتعلمين ولا تتناسب مع طلاب آخرين لوجود فروق في القدرات والميول وأن أنجح الإستراتيجيات هي التي يختارها المعلم بعد دراسة وتقييم المتعلم. وذلك حتى تكون الإستراتيجية المستخدمة موافقة لطبيعة المتعلم.

فلكل فرد إستراتيجية مختلفة يكتسب بها المعلومات، وهذا ما أشارت إليه عدد من الدراسات التربوية.

والإستراتيجية هي تقنية أو مبدأ أو قاعدة تساعد على تسهيل اكتساب وضبط وتخزين واسترجاع المعلومات التي تقدم في المواقف التعليمية المختلفة فكل طريقة يستخدمها الدارس هي إستراتيجية.

ولذلك بعد أن تعرفت عزيزي الطالب على طبيعة كل ذكاء والمهارات التي يمتلكها أصحاب هذا الذكاء سوف نعرض فيما يلي بعض الإستراتيجيات وطرق التدريس المناسبة لكل ذكاء.

١- **الذكاء اللغوي**: المحاضرة- البحوث والتقارير (التعينات الكتابية)- المناقشات في مجموعات كبيرة أو صغيرة- لعب الأدوار (الدراما والتمثيل) العصف الذهني- المناظرات- المشاركة في إصدار مجلة- القراءة الفردية والجماعة.

- **الذكاء المنطقي الرياضي**: حل المشكلات الرياضية- التجارب المعملية- الألعاب التعليمية- التعليم المبرمج- الاكتشاف- الاستقصاء- إجراء البحوث العلمية.

٢- **الذكاء البصري المكاني**: خرائط المفاهيم- التمثيل الدرامي وتصور الشخصيات- الأنشطة الفنية (الرسم- التصوير) استخدام الأشكال البيانية والصور.

٣- **الذكاء الجسمي الحركي**: الأنشطة المعملية- الرحلات- التجارب العملية- التعلم التعاوني- الأنشطة الحركية والرياضية- المعسكرات الكشفية- لعب الأدوار (التمثيل المسرحي) التصفيق- الرقص والوثب واستخدام المواد المحسوسة.

٤- **ذكاء موسيقي**: الغناء الجماعي- الاشتراك في فرق للعزف والغناء- الاستماع إلى الموسيقى كخلفية للموقف التعليمي- الاكتشاف الحر لابتكار ألحان موسيقية- زوايا سمعية.

٥- **الذكاء الاجتماعي**: التعلم التعاوني- العمل في مجموعات- المناقشات الجماعية- المشروعات الجماعية- الألعاب التعليمية الجماعية.

٦- **الذكاء الذاتي**: استراتيجيات التعلم الفردي- التعليم المبرمج- التعيينات الفردية- الألعاب التعليمية الفردية- الاكتشاف الحر- البحوث الفردية.

٧- **استراتجيات التعلم البيئي** (المدخل البيئي)- استخدام خامات ومواد طبيعية من البيئة- استخدام تسجيلات لمظاهر الطبيعة- زيارات ومشاهدات.

علاقة نظرية الذكاوات المتعددة بتعليم وتعلم الرياضيات

لقد أكدت العديد من الدراسات التي استخدمت الذكاءات المتعددة أن أفضل تعلم للتلاميذ يحدث عندما تكون المادة موظفة في ضوء الذكاءات المتعددة ومرتبطة بها، وحيث أن الاهتمام والدافعية نحو الرياضيات ليس فطري لدى جميع التلاميذ وليس لديهم جميعاً استعداد عام نحو دراسة الرياضيات فلا بد وأن نستكشف طرق وأنماط تعليم مختلفة لنصل بالتلاميذ إلى أعلى إنجاز ودافعية ويتحقق ذلك من خلال إستراتيجية الذكاءات المتعددة التي توظف المادة الدراسية في ضوء عدد مختلف من الذكاءات لمختلف التلاميذ.

ولقد أشار "ويلز وجنسون" تسمح للمعلم أن يستعمل ثمانية طرق مختلفة في تعليم وتعلم الرياضيات وهذا يؤدي إلى ما يلي:

١- فهم أعمق وأثرى للمبادئ والمفاهيم الرياضية من خلال التمثيلات المتعددة.

٢- تأهيل الطلبة لتعلم الرياضيات بنجاح واستمتاع.

٣- السماح بنقاط مدخلية متعددة ومتنوعة للمحتوى الرياضي.

٤- التركيز على مواطن القوة لدى الطالب، وتعزز التنوع في القدرات.

٥- تدعيم التجريب الإبداعي للأفكار الرياضية.

وغالباً فإن تطبيق إستراتيجيات الذكاءات المتعددة تفتقر إليها معظم المدارس وذلك هو السبب في ضعف التحصيل في الرياضيات حيث أن الذكاءات المتعددة تتمثل في تفصيل المادة في ضوء مقاييس الذكاءات المتعددة حيث تتناسب مع أنواع الذكاءات المختلفة التي تمثل في التلاميذ.

مثال تطبيقي في مادة الرياضيات على نظرية الذكاءات المتعددة

كيف تستخدم نظرية الذكاءات المتعددة في تعليم الضرب؟

هذا المثال يساعدك على تقديم حقائق الضرب بأساليب متنوعة طبقاً لأنواع الذكاءات المختلفة والموجودة لدى التلاميذ.

١- الذكاء المنطقي الرياضي

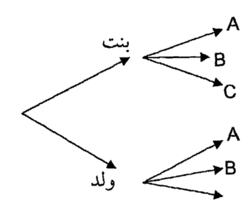
نماذج توضح الحقيقة الرياضية ٢ × ٣

أ- النموذج الأول

٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ .. ..

ب- النموذج الثاني

جـ- النموذج الثالث



واستخدام الذكاء المنطقي الرياضي في هذا الموضوع يمكن التلاميذ من ربط عملية الضرب بغيرها من العمليات كالجمع المتكرر والقسمة كعكس لعملية الضرب وكذلك تطوير عملية التفكير المختلفة، فمثلاً:

إذا كان ١٠ × ٦ = ٦٠

٩ × ٦ = ٦٠ − ٦ = ٥٤

وإذا كانت ٣ × ٨ = ٢٤

فإن ٦ × ٨ = ضعف الجواب السابق = ٤٨

ويساعد هذا النوع من الذكاء في اكتساب المفاهيم والمهارات ويساعد المتعلم على ربط الحقائق المختلفة ولا يتعامل معها بشكل منفصل.

٢- الذكاء الطبيعي

يستخدم المعلم للطالب أمثلة على التجميع من العالم الطبيعي المحيط به فمثلاً كل طالب لديه يدين بكل منها ٥ أصابع فيكون ما يملكه من أصابع اليدين هو (١٠) أصابع، ويمكن بعد ذلك للمعلم مناقشة طلابه على النحو التالي:

كم إصبعاً لدى أربعة أشخاص؟ ثم يمتد ذلك إلى بيئة المتعلم من نباتات وطيور وحيوانات وغيرها.

٣- الذكاء الجسمي الحركي

يستطيع المعلم أن يقوم بتقديم الضرب من خلال قيام المتعلمين ببعض التشكيلات المتنوعة من مجموعات الطلاب مثل تكوين مصفوفة من ثلاث صفوف وثلاث أعمدة من الطلاب تمثل ناتج ٣ × ٣ أو تكوين فريقين متنافسين لكرة القدم ويتكون كل فريق من عشرة لاعبين أو أن يقوم الطلاب بأنشطة حركية مثل رسم وتلوين بطاقات تتضمن حقائق الضرب.

٤- ذكاء لغوي لفظي

يمكن أن يبدأ المعلم بإعطاء مقدمة شفهية بسيطة للطلاب حول حقائق جدول الضرب لعدد ما واستخداماتها في الحياة اليومية وإعطاء فرصة للطلاب أمثلة شفوية أو كتابية في مجالات متنوعة حسب ميولهم واتجاهاتهم ويمكن أن يستخدم التسميع الشفهي لهذه الحقائق أو حل مسائل كلامية توضح فهمهم للمسألة ومعطياتها.

أسئلة التقويم الذاتي

١- اشرح معايير اختيار طريقة التدريس الناجحة؟

٢- وضح قواعد العمل في جلسات إستراتيجية العصف الذهني؟ وما أهميتها؟

الفصل الرابع
تقويم تعليم الرياضيات

* مقدمة.
* مفهوم التقويم.
* أنواع التقويم.
* خصائص التقويم الجيد.
* وسائل وأدوات التقويم.

الفصل الرابع
تقويم تعليم الرياضيات

مقدمة:

يمثل التقويم جانباً رئيسياً ومهماً من جوانب منهج الرياضيات وعنصراً أساسياً من عملية التعليم والتعلم للرياضيات وذلك لأن التقويم الشامل يتيح فرصة جديدة للمعلم والتلميذ للمشاركة الفعالة في نشاطات التعليم والتعلم مما يؤدي إلى تحسين التعليم والتحصيل والوصول إلى أفضل طريق يمكن إتباعه لتحقيق النتائج الجيدة المرغوبة.

مفهوم التقويم:

التقويم هو الأسلوب العلمي الذي يتم من خلاله تشخيص دقيق لواقع تعليم الرياضيات ومدى كفاءة عمليات التدريس بمكوناتها في تحقيق الأهداف والاستفادة منها في تطوير تعليم الرياضيات وتحسين أداء التدريس لكل عناصر عملية التعليم بما يسهم بشكل أكثر فاعلية في تحقيق الأهداف المرجوة من تعليم الرياضيات.

والتقويم عملية قياس وتشخيص وعلاج وقياس ناتج التعلم يسمى تقييم وهو يمثل إعطاء قيمة معينة لأداء التلميذ، أما التشخيص فهو تحديد نقاط القوة والضعف لدى التلميذ أي تفسير درجة التلميذ بما يؤدي إلى تحديد أوجه القصور أو أوجه القوة في أدائه والعلاج هو وصف البرنامج العلاجي المناسب لتقديمه للتلميذ لعلاج نقاط الضعف أو تنمية نقاط القوة لديه، أي تحديد الطرق اللازمة لعلاج

نواحي القصور وتدعيم نواحي القوة في أداء التلاميذ، وتوجد أنواع مختلفة للتقـويم تتحدد حسب الهدف منها وطريقة صياغة الأسئلة بها وتوقيت هذا التقويم.

أنواع التقويم:

ينقسم التقـويم إلى عـدة أنـواع هـي التقـويم التكـويني، والتقـويم البنـائي، والتشخيصي، والنهائي وفيما يلي نتناول كل نوع من هذه الأنواع.

أولاً: التقويم (المبدئي أو التمهيدي)

يتم هذا النوع من التقويم في بداية العام الـدراسي أو قبـل بدايـة تعلـم تلميـذ لوحدة تعليمية جديـدة، وذلـك بغـرض تحديـد مـدى امـتلاك التلاميـذ للمعـارف والمهارات والاتجاهات اللازمة للبدء أو لمواصلة التعلم الحالي.

ثانياً: التقويم البنائي أو التكويني

هذا النوع يسمى بالتقويم المستمر فهو التقويم الذي يمكن أن تجريه بعد انتهاء التلاميذ من كل نشاط أو أثناء قيامهم بالأنـشطة أو بعـد تـدريس مفهـوم أو مهـارة جديدة أو بعد الانتهاء من وحدة دراسية معينة وذلك بغـرض التأكـد مـن إكـساب التلاميذ للمعلومات والمهارات والاتجاهات والقيم والعادات المتضمنة في الأهـداف التي يسعى المعلم لتحقيقها.

ولذلك فالمعلم الناجح هو الذي لا ينتقل من هدف تعليمي إلى هدف آخر إلا بعد أن يتأكد تماماً من تحقيق هذا الهدف.

ثالثاً: التقويم التشخيصي

هذا النوع من التقويم يهـدف إلى تحديـد نقـاط القـوة ونقـاط الـضعف لـدى

التلاميذ بهدف تقديم العلاج المناسب لهم ويتم استخدامه في أكثر من توقيت فيجري في بداية العام أو في وسط العام الدراسي أو في نهاية العام الدراسي أو قبل تدريس وحدة معينة أو أثناء تدريسها أو بعد الانتهاء من تدريسها والاختبارات الشخصية تشتمل على عدد كبير من الأسئلة وكل سؤال يقيس مهارة واحدة ولازمة لها ويكون زمن الاختبار مفتوح.

رابعاً: التقويم النهائي

ويتم في نهاية الفصل الدراسي للحكم على المستوى النهائي للتلاميذ وتحديد ما حققوه طوال العام الدراسي من أهداف وتكون الأسئلة به تقيس أهداف عامة للمنهج الدراسي.

مما تقدم يتضح أن التقويم بجميع أنواعه يتم من خلال جمع بيانات باستخدام بعض الأساليب والأدوات وتحليل وتفسير هذه البيانات ثم تتخذ قرارات وتترجم هذه القرارات إلى إجراءات عملية ثم تقييم ما تم اتخاذه من قرارات.

مراحل عملية التقويم

لإجراء عملية التقويم يجب إتباع الخطوات الآتية:

١- تحديد الأهداف المراد تقويمها.

٢- اختيار (تحديد) أدوات التقويم.

٣- إعداد أدوات التقويم.

٤- التأكد من صلاحية أدوات التقويم.

٥- تطبيق أدوات التقويم.

٦- تصحيح النتائج.

٧- تحليل وتفسير النتائج.

٨- اتخاذ وتنفيذ القرارات.

٩- تقويم عملية التقويم.

١٠- توظيف النتائج لتحسين عمليتي التعليم والتعلم.

خصائص التقويم الجيد

١- التقويم الجيد يكون متناسقاً مع الأهداف.

٢- التقويم وسيلة وليس غاية.

٣- التقويم الفعال هو الذي يعتمد على أكثر من وسيلة وأداة لجمع البيانات.

٤- استمرارية التقويم أي يكون التقويم مستمراً.

٥- التقويم الجيد يكون اقتصادياً في الوقت والجهد والتكاليف.

٦- التقويم الفعال هو الذي يحدد الأنشطة والاستراتيجيات التدريسية التي تتناسب مع ميول واهتمامات وألفاظ وتفضيلات تعلم التلاميذ.

٧- التقويم الجيد يتم في إطار من التعاون والمشاركة (المعلمين والموجهين والمديرين والتلاميذ).

٨- التقويم يهدف إلى تحديد مدى نمو وتقدم التلاميذ.

٩- التقويم الجيد يكون شاملاً.

١٠- التقويم يساعد على التأكد من مدى اكتساب التلاميذ لقيم وعادات حسنة.

١١- التقويم الجيد يكون مبنياً على أسس علمية (الصدق- الثبات- الموضوعية- التمييز).

وسائل وأدوات التقويم

للتقويم وسائل متعددة من أهمها:

١- الاختبارات التحريرية.

٢- الملاحظة.

٣- المقابلة.

٤- الاستبيان.

٥- دراسة الحالة.

٦- التقارير الذاتية.

٧- السجلات المجمعة.

٨- الأسئلة الشفهية.

أولاً: الاختبارات التحريرية

تتنوع الاختبارات بتنوع الغرض منها والطرق المستخدمة في مقارنة الطلاب وأهداف التعلم المقامة وصيغة الاختبار ونوع مفرداته والمصادر المستخدمة في الإجابة عنه.

وكما سبق أن ذكرنا فإن أغراض الاختبار في الرياضيات قد تكون للتقويم التشخيصي والتقويم المبدئي والتقويم البنائي والتقويم النهائي ومن أنواع الاختبارات التحريرية ما يلي:

أنواع الاختبارات:

ستتناول أنواع الاختبارات من حيث وظيفتها ومن حيث شكل الاختبار:

أ- من حيث الوظيفة:

وتنقسم إلى الأنواع التالية

١- الاختبارات التشخيصية Diagnostic Test

إن التشخيص في الرياضيات لا يتضمن مجرد استخدام الاختبارات التشخيصية التي جمعت ورتبت بعناية وإنما يتضمن بالإضافة إلى ذلك دراسة الحالة دراسة كاملة لأن الدقة في الرياضيات تتطلب الحنكة في إجراء عمليات عقلية مختلفة عاطفية وفكرية.

وعلى ذلك فالاختبارات التشخيصية تهدف إلى تحديد نقاط القوة والضعف لدى التلاميذ لوضع العلاج المناسب لها من خلال استخدام طرق وأساليب مناسبة لمواجهة نقاط الضعف لدى التلاميذ.

٢- الاختبارات الأدائية Performance

وهي تتعلق بقياس مدى مهارة معينة، ويتم ذلك من خلال اختبارات للأداء ويكون الحكم على الأداء بمتمكن وغير متمكن.

٣- الاختبارات التحصيلية Achievement Tests

وهي التي يقصد بها الوقوف على مستوى التلميذ ومدى ما وصل إليه في تعليم موضوع ما كموضوع المعادلات أو غيره أو مدى ما أفاده من دراسة مادة ما أو وحدة ما مثل وحدة الأعداد الصحيحة أو الأعداد الكسرية.

ب- من حيث الشكل:

وتنقسم إلى نوعين:

١- الاختبارات المقالية (الذاتية).

٢- الاختبارات الموضوعية (الحديثة).

وفيما يلي توضيح لكل نوع من هذه الأنواع:

أ- الاختبارات المقالية Essay Tests

يسمى هذا النوع من الاختبار اختبار المقال لأن أسئلتها تتطلب من التلميذ عادة كتابة عدة سطور قد تمتد إلى صفحات حول موضوع أو مشكلة يطرحها السؤال ويتميز بكفاءة على قياس القدرة على تنظيم المعلومات وبلورتها وقياس القدرة على الإتقان.

ومن مميزات هذا النوع من الاختبارات نجد أنها:

١- سهلة الإعداد فلا تحتاج لوقت طويل ولا مجهود كبير من المعلم لإعدادها.

٢- تقيس مستويات متعددة من قدرات التلميذ العقلية.

٣- تتطلب تنظيم التلميذ لأفكاره وترتيبها ترتيباً منطقياً وهذا يعكس قدرة التلميذ على حل المشكلات.

ومن عيوب اختبارات المقال:

١- تستغرق وقتاً طويلاً في الإجابة عنها.

٢- غير شاملة فإن عدد الأسئلة يكون مقيد فهي تقتصر على تحصيل بعض جوانب المادة العلمية.

٣- أحياناً تكون صياغة الأسئلة غير واضحة وغير محددة بحيث يختلف التلاميذ في فهم المطلوب منها.

٤- غير موضوعية فهي تخضع لذاتية المصحح.

٥- تتطلب جهد ووقت لتصحيحها فهي غير مناسبة للأعداد الكبيرة.

أمثلة على اختبارات المقال:

١- برهن أنه في المثلث القائم الزاوية يكون مساحة سطح المربع المنشأ على الوتر يساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي القائمة.

٢- حل المعادلة $س^{٢}$ + ٥ = ١٦

٣- برهن أن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ درجة

٤- أوجد المساحة الجانبية والكلية لمكعب طول حرفه ٧سم.

وعند إعداد أسئلة من نوع المقال توجد بعض الشروط والقواعد التي ينبغي مراعاتها أثناء صياغة الأسئلة منها.

الشروط والقواعد التي يجب مراعاتها عند صياغة أسئلة المقال:

١- أن يكون السؤال واضحاً ومحدداً بحيث تكون المشكلة التي يطرحها السؤال واحدة في أذهان جميع التلاميذ.

٢- استخدام الكلمات التي تؤدي إلى نفس المعنى لكل التلاميذ.

٣- يجب أن تركز أسئلة المقال على قياس الأنماط العليا من التفكير وتبتعد عن الحفظ والتذكر.

٤- تتطلب إجابات قصيرة.

٥- تحدد درجة كل سؤال بناءً على عناصر الإجابة المتوقعة من التلاميذ.

٦- ينبغي أن تكون الأسئلة إجبارية.

٧- تصاغ الأسئلة في ضوء أهداف المقرر.

ب- الاختبارات الموضوعية Objective Tests

في هذا النوع من الاختبارات تكـون شروط وملابـسات الاختبـار عـلى قـدر معقول من الموضوعية والثبات وتتكون هذه الاختبارات من عدد كبير مـن الأسـئلة القصيرة التي تتطلب إجابات محددة والتي يمكن تقدير صـحتها أو خطأهـا بدرجـة عالية من الدقة.

مميزات الاختبارات الموضوعية:

١- عدم تدخل ذاتية المعلم عند تصحيحها.

٢- اشتمالها على جميع مكونات المادة الدراسية لأن عدد الأسئلة كبير.

٣- سهولة التصحيح فلا تحتاج لوقت كبير لتصحيحها.

٤- الإجابة تكون محددة وبالتالي تكون الدرجات التي يحصل عليها التلميذ دقيقـة وصادقة.

٥- تنوع الأسئلة يمكنها من قياس العديد من الجوانب.

٦- تعالج عيوب أسئلة المقال السابقة.

٧- مناسبتها لمادة الرياضيات حيث لا تحتاج للكتابة والتعبير.

عيوب الاختبارات الموضوعية

١- عدم إتاحة الفرصة للتلميذ للتعبير عن أفكاره وعن نفسه.

٢- تحتاج لجهد ووقت طويل في إعدادها حتى تكون دقيقة.

٣- سهولة الغش في هذا النوع من الامتحانات.

٤- تعطي فرصة للتخمين حيث يختار التلميذ أي إجابة وقد تكون صحيحة.

٥- صعوبة وضع أسئلة لقياس مستويات عليا في التفكير.

ولأهمية هذا النوع من الاختبارات نتناول بالشرح والتفصيل أنواع الأسئلة المتضمنة في الاختبارات الموضوعية والتي منها:

١- أسئلة الاختيار من متعدد.

٢- أسئلة الإكمال.

٣- أسئلة الصواب والخطأ.

٤- أسئلة المزاوجة.

٥- أسئلة الترتيب.

وفيما يلي نتناول كل نوع من أنواع الأسئلة الموضوعية مع إعطاء أمثلة لكل منها.

١- أسئلة الاختيار من متعدد Multiple Choice Questions

هي أسئلة يطلب فيها اختيار الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات معطاة وذلك بوضع علامة مميزة أمامها.

شروط وقواعد يجب مراعاتها عند صياغة أسئلة الاختيار من متعدد:

١- أن تتعلق المشكلة التي يطرحها رأس السؤال بأحد المخرجات التعليمية الهامة لا تفاصيل المادة الغير هامة.

٢- أن يحتوي رأس السؤال على مشكلة محددة تماماً.

٣- أن تصاغ المشكلة بدقة بحيث يحتوي رأس السؤال على جميع البيانات التي يحتاجها التلميذ لكي يستطيع الإجابة على السؤال.

٤- أن يكون رأس السؤال مختصراً.

٥- ينبغي تجنب صيغة النفي كلما أمكن ذلك.

٦- إذا كان السؤال يتعلق بتعريف فمن الأفضل وضع المصطلح في رأس السؤال ثم وضع التعريفات في البدائل التي سيختار منها التلميذ.

٧- ينبغي أن تكون هناك إجابة واحدة صحيحة.

٨- ينبغي أن تكون كل البدائل متجانسة في محتواها ومرتبطة بمجال المشكلة.

٩- ينبغي أن تكون الكلمات المستخدمة في البدائل معروفة كلها لدى التلاميذ.

١٠- ينبغي أن تكون البدائل مصاغة في ضوء الأخطاء الشائعة للتلاميذ.

١١- ينبغي أن يكون كل بديل مناسباً لغوياً لأصل السؤال.

١٢- ينبغي ألا تكون الإجابة الصحيحة أطول من البدائل الخاطئة.

١٣- ينبغي تجنب الارتباطات اللفظية بين رأس السؤال والإجابة الصحيحة.

١٤- ينبغي تجنب صياغة بديل جميع الإجابات السابقة.

١٥- ينبغي أن توزع الإجابات الصحيحة على ترتيب البدائل بشكل عشوائي.

١٦- ينبغي تجنب تكرار الكلمات في البدائل.

من أمثلة أسئلة الاختيار من متعدد

١- ٢٧ +   = ١٠٠ العدد الناقص هو

(أ) ٦٣   (ب) ٧٣

(جـ) ٥٣   (د) ٨٣

٢- إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٥، ٧}، ص = {٩، ٢، ٣، ٤}

فإن س ∩ ص =

(أ) = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩}

(ب) = {١، ٥، ٧}

(جـ) = {١، ٢، ٣، ٥، ٧}

(د) = {٢، ٣}

٣- متوازي الأضلاع الذي به زاوية قائمة هو

(أ) شبه منحرف (ب) معين

(جـ) مستطيل (د) مثلث قائم الزاوية

٤- قياس الزاوية الدائرية يساوي

(أ) ١٨٠ (ب) ٣٦٠

(جـ) ٩٠ (د) ٢٧٠

١- أسئلة الإكمال Completion Questions

نكتب عبارة بها كلمات أو رموز ناقصة ليكملها التلميذ ويمكن أن يستخدم هذا النوع في معرفة القدرة على قراءة وتفسير المسائل اللفظية، ويمكن التأكد من كل خطوة لحل مسألة معينة من خلال تكملة التلميذ للبرهان، وتستخدم لمعرفة التلاميذ لبعض التعميمات الرياضية (النظريات- الحقائق- المسلمات- القواعد- ...).

الشروط التي يجب مراعاتها عند إعداد وصياغة أسئلة الإكمال

١- ينبغي أن تصاغ العبارة الناقصة بإحكام وفي شكل بحيث لا يصلح ملء الفراغ إلا بالإجابة المطلوبة.

٢- ينبغي ألا تحتوي العبارة على عدد كبير من الفراغات.

٣- أن يكون الفراغ المطلوب من التلميذ أن يكتبه في نهاية العبارة وليس في بدايتها.

٤- تجنب ا قتباس عبارات مباشرة من الكتاب المدرسي.

٥- ينبغي ترك فراغات كافية للتلاميذ لكتابة الإجابة.

ومن أمثلة أسئلة الإكمال ما يأتي

(١) أكمل بوضع علامة > أو < أو = في المكان الخالي

(أ) ٥ × ٧ .... ٧ × ٥

(ب) ٢٦ – ٨ .... ٣ × ٧

(جـ) ٢٧ ÷ ٣ .... ٢٤ ÷ ٤

(د) ١٠٥ ÷ ٥ .... ٥٠ – (٣ × ٩)

(٢) أكمل ما يأتي

(أ) مجموع قياس زوايا المثلث تساوي...............................

(ب) مساحة المربع تساوي...............................

(جـ) مجموع قياس زوايا المثلث تساوي...............................

(د) مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر...............................

٢- أسئلة الصواب والخطأ True and False Questions

يستخدم هذا النوع من الأسئلة في الرياضيات على مدى واسع وكذلك في العلوم الأخرى المختلفة، وفي هذه الأسئلة نكتب عبارات بعضها صحيح وبعضها

خطأ ويطلب من التلاميذ وضع علامة (√) أمام العبارة الصواب، وعلامة (X) أمام العبارة الخطأ.

الشروط التي ينبغي مراعاتها عند إعداد وصياغة أسئلة الصواب والخطأ

١- أن تتضمن العبارة فكرة واحدة فقط.

٢- أن تصاغ العبارة بحيث أن تكون صحيحة تماماً أو خاطئة تماماً.

٣- ينبغي تجنب الكلمات غير المحددة مثل تندر- تكثر- غالباً.

٣- تجنب العبارات التي تحتوي على النفي بقدر الإمكان.

٥- تجنب الكلمات التي تقترن بالتعميمات الخاطئة مثل دائماً- أبداً- جميع.

٦- أن تكون العبارة قصيرة مع أسلوب لغوي بسيط.

٧- ينبغي عدم اقتباس عبارات بشكل حرفي من الكتاب المدرسي.

٨- أن تتعلق العبارات بحقيقة أو مبدأ أو قاعدة لا ينبغي بأي حال أن تمتلي برأي شخصي أو تفضيل.

٩- ينبغي ألا تكون العبارات الصحيحة أطول من العبارات الخاطئة.

١٠- ينبغي أن تتقارب النسبة بين عدد الأسئلة الصحيحة والأسئلة الخاطئة.

١١- أن ترتب الأسئلة الصحيحة والخاطئة بطريقة عشوائية.

ومن أمثلة هذه الأسئلة ما يلي:

ضع علامة (√) أمام العبارة الصواب وعلامة (×) أمام العبارة الخطأ

(أ) في المثلث المتساوي الأضلاع تكون الزوايا متساوية ( ).

(ب) متوازي الأضلاع الذي به زاوية قائمة هو معين ( ).

(جـ) ١٧ < ٣ × ٥ + ٢ (   ).

(د) الجذر التربيعي للعدد ٨١ هو ٨ (   ).

٤- أسئلة المزاوجة In-Pairs Questions

في الواقع أن هذا الاختبار يعتبر نوعاً من أنواع الاختبار من متعدد وإن اختلف عنه بعض الشيء. ومن مميزاته ما يشعر به التلاميذ أثناء تأديته من متعة.

وفي هذا النوع من الأسئلة تعطي مجموعتان من العبارات في صفين متقابلين إحداهما مرقمة والأخرى غير مرقمة، ويطلب من التلميذ النظر في كل عبارة من عبارات المجموعة الأولى ليعين العبارة التي لها علاقة صحيحة مع عبارة من المجموعة الثانية ثم يضع أمام كل عبارة غير مرقمة رقم العبارة التي تناسبها أو يقوم التلاميذ بتوصيل كل عبارة بالعبارة التي تناسبها من المجموعة الأخرى.

الشروط الواجب مراعاتها في أسئلة المزاوجة

١- أن يحتوي كل سؤال من المزاوجة على مجموعة متجانسة من العبارات والاستجابات.

٢- يجب أن تكون قائمة البدائل والاستجابة قصيرة نسبياً.

٣- ينبغي أن يزيد عدد البدائل على عدد العبارات ببديلين على الأقل.

٤- ينبغي تجنب الارتباطات اللفظية بين العبارات والبدائل الصحيحة.

٥- ينبغي أن يشتمل على تعليمات واضحة ودقيقة توضح كيفية الحل.

ومن أمثلة أسئلة المزاوجة ما يلي:

مساحة المثلث   ١- طول ضلعه × ٤

حاصل مساحة المربع	٢- (الطول + العرض) × ٢
مساحة المستطيل	٣- نصف القاعدة في الارتفاع
محيط المربع	٤- الطول × العرض
محيط المستطيل	٥- نصف حاصل ضرب الطول × العرض
	٦- طول الضلع × نفسه

٥- أسئلة الترتيب

ويطلب من التلميذ ترتيب عبارات أو أرقام أو أعداد وفقاً لنظام معين يحدده السؤال.

من أمثلة أسئلة الترتيب ما يلي:

(١) رتب الأعداد التالية تصاعدياً وتنازلياً.

٢٦٣ – ٢٣٦ – ٣٢٦ – ٣٦٢ – ٦٢٣

وعند إعداد اختبار تحصيلي في مادة الرياضيات يجب مراعاة الشروط التالية التي تجعلك تعد اختباراً جيداً.

شروط ومعايير ينبغي مراعاتها عند إعداد وتطبيق وتصحيح وتفسير نتائج الاختبارات

١- أن ترتبط أسئلة الاختبار بالأهداف المطلوبة قياسها.

٢- أن تصاغ أسئلة الاختبار في ضوء معايير الصياغة الجيدة للأنواع المختلفة للأسئلة السابق تحديدها.

٣- أن تراعي الشروط الخاصة بإعداد كل نوع من أنواع الاختبارات السابق تحديدها.

٤- أن يتم ترتيب أسئلة الاختبار بحيث نوضع الأسئلة السهلة في بداية الاختبار.

٥- أن يحتوي الاختبار على تعليمات واضحة ودقيقة وأمثلة توضح للتلاميذ كيفية الإجابة.

٦- ألا تعتمد إجابة سؤال أو أكثر في الاختبار على الإجابة الصحيحة لسؤال سابق.

٧- ألا توجد إجابة لأحد الأسئلة في صياغة سؤال آخر في نفس الاختبار.

٨- أن يكون الزمن المخصص للإجابة على الاختبار كافياً ويتيح الفرصة للتلاميذ للمراجعة.

٩- أن يعرف التلاميذ الغرض من تطبيق الاختبار.

١٠- ألا يتم تطبيق الاختبار بصورة مفاجئة.

١١- أن يكون زمن تطبيق الاختبار مناسباً للتلاميذ.

١٢- أن يتم إعداد مكان تطبيق الاختبارات بصورة مناسبة.

١٣- يتم مراجعة كتابة الاختبار قبل تطبيقه والتأكد من عدم وجود أخطاء مع توفير نسخة لكل تلميذ أفضل من كتابته على السبورة.

١٤- تجنب وضع جزء من السؤال في نهاية الصفحة والجزء الباقي في بداية الصفحة التالية.

١٥- ألا يتضمن الاختبار أسئلة لم يتم تدريب التلاميذ عليها.

١٦- ألا يتضمن الاختبار مصطلحات لغوية لا تتناسب مع الحصيلة اللغوية للتلاميذ.

١٧- أن يتم إعداد صور أخرى من الاختبار لتطبيقها على التلاميذ الغائبين أثناء تطبيق الاختبار.

١٨- راجع مع معلم آخر أو مجموعة من المعلمين مفردات الاختبار.

١٩- أن يتم إلقاء تعليمات الاختبارات الشفوية بصوت واضح ودقيق وأن تكون الردود على استفسارات التلاميذ خالية من الإيحاء أو السخرية أو التهديد.

٢٠- أن تكون تعليمات التصحيح واحدة ومحددة ولا يختلف فهمها من شخص لآخر وأن تراعي الإجابات الجديدة التي يمكن أن يكتبها التلاميذ.

٢١- أن لا يكون لخط التلميذ أو أسلوبه في تنظيم وعرض الإجابة أثر في الدرجة الكلية للتلميذ.

٢٢- أن تصحح أسئلة المقال بطريقة عرضية في جميع أوراق الإجابة أي لا يتم تصحيح سؤالين في ورقة واحدة مع ترك فراغ كاف في الورقة للإجابة عنها.

٢٣- أن تعد مفتاح تصحيح للاختبار من نوع الأسئلة الموضوعية.

٢٤- أن يتمكن كل تلميذ من معرفة نتيجته في أقرب وقت وأن تقارن بين إجاباتها على كل سؤال والإجابة الصحيحة.

٢٥- أن تفسر درجة التلاميذ في ضوء بعض الاعتبارات مثل:

* درجة صعوبة أو سهولة كل سؤال.

* مدى مناسبة زمن الاختبار.

* مدى حب أو كره التلاميذ للمادة.

* مدى استعداد التلاميذ للاختبار.
* وجود بعض المشاكل الأسرية لدى بعض التلاميذ.
* عدم تمكن التلاميذ من بعض المعارف والمهارات السابقة التي تتطلبها أسئلة الاختبار.
* مدى تفاعلية الأنشطة وإستراتيجية التدريس الخاصة بتحقيق الأهداف التي يقيس الاختبار مدى تحقيقها.

ثانياً: الأسئلة الشفهية:

وهي أكثر أساليب التقويم فاعلية من حيث السرعة وسهولة الاستخدام مع مراعاة إنه لا يفضل استخدامها كأسلوب من أساليب التقويم النهائي وذلك لعدة عوامل منها عدم الموضوعية وعدم وعدالة توزيع الأسئلة على التلاميذ ولذا فهي تستخدم مع التقويم التكويني والبنائي فقط.

وبالرغم من أهمية الاختبارات الشفوية بصفة عامة إلا أن هذه الأهمية تزداد بصفة عامة في الصفوف الدراسية الأولى من التعليم الابتدائي والإعدادي.

والمعلم يمكنه أن يستخدم الأسئلة الشفوية قبل بداية الدرس لتعرف مدى تمكن التلاميذ من الدروس السابقة كما إنها تستخدم بعد شرح كل جزء من أجزاء الدرس وأيضاً في نهاية الدرس أو بعد الانتهاء من كل نشاط أو لزيادة تفاعل ومشاركة التلاميذ ويمكن للمعلم أن يحصل على العديد من البيانات والمعلومات عن طريق الأسئلة الشفوية.

أنواع الأسئلة الشفوية

يتم تقسيم الأسئلة الشفوية حسب معايير مختلفة فيتم تقسيمها بناءً على معيار

إثارة التفكير أو معيار التفاعل الصفي أو بناء على وقت طرحها أو بناء على الهدف من طرحها.

١- أنواع الأسئلة الشفوية

تنقسم الأسئلة بناءً على هذا المعيار إلى قسمين هما:

(أ) أسئلة تقيس الحفظ وتعتمد على التذكر (أسئلة تذكرية).

مثل كم متر في الكيلو متر؟

(ب) أسئلة تثير التفكير مثل قارن بين المستطيل والمربع من حيث خواص كل منها.

٢- أنواع الأسئلة بناءً على معيار التفاعل الصفي

تنقسم الأسئلة حسب هذا المعيار إلى

(أ) أسئلة التسميع: وهي تقيس القدرة على التذكر وتستخدم لمراجعة المادة الدراسية التي سبق شرحها وذلك لتقديم درس جديد.

(ب) أسئلة المناقشة: أسئلة المناقشة توسع دائرة التفاعل الصفي إذ قد يشترك عدد كبير من التلاميذ في الإجابة عن السؤال الواحد.

٣- أنواع الأسئلة بناء على وقت طرحها

(أ) الأسئلة التمهيدية: تطرح الأسئلة التمهيدية في بداية الدرس بقصد جذب اهتمام التلاميذ لموضوع الدرس الجديد وربطه بالدرس السابق، وليست هذه الأسئلة هي الوحيدة للبدء في الدرس ولكن يوجد أساليب متعددة للتهيئة للدرس.

(ب) **الأسئلة البنائية**: وهي التي تطرح في أثناء الشرح وتهدف إلى توجيه عملية التعلم ومن خصائصها:

١- تساعد المعلم على تشخيص تعلم التلاميذ.

٢- تخلو من الصفة التهديدية التي تصاحب الأسئلة التقويمية.

٣- يمكن تعديلها لمواجهة حاجات التلاميذ.

(جـ) **الأسئلة الختامية**: وهي الأسئلة التي يطرحها المعلم في نهاية الموقف التعليمي بهدف تقويم تعلم التلاميذ ويجب على المعلم ألا يسأل نفس الأسئلة التي استخدمها في الحصة.

٥- أنواع الأسئلة بناء على الهدف من طرحها:

(أ) **الأسئلة المساعدة**: وتستخدم هذه الأسئلة عندما يفشل التلميذ في إعطاء إجابة صحيحة لسؤال معين، فإن المعلم قد يطرح عليه مجموعة من الأسئلة لمساعدته على الوصول إلى الجواب الصحيح بنفسه بدلاً من توجيه السؤال لطلبة آخرين.

(ب) **الأسئلة السابرة**: هدف الأسئلة السابرة تعميق فهم التلاميذ للموضوع الذي تتعلق به الأسئلة فهي تدعو التلميذ إلى إعادة النظر في جوابه، وتحثه على التفكير الناقد فإذا أجاب أحد التلاميذ جواباً غير مكتمل فإن المعلم يمكن أن يوجه إليه عدة أسئلة لحثه على التفكير ملياً فيما قال ومن الأسئلة السابرة ما يلي:

* ما الذي تقصده بجوابك هذا؟

* هل أنت متأكد من صحة ما تقول؟

* ما الأدلة التي تعتمد عليها لتبرير وجهة نظرك؟

وعلى ذلك تهدف الأسئلة السابرة إلى تحسين نوعية الجواب الذي صدر من التلميذ.

وبعد تناولنا لأنواع الأسئلة الشفوية فعلى المعلم أن يكون على دراية ووعي كاملاً بها.

المعايير التي ينبغي مراعاتها أثناء استخدام الأسئلة الشفوية

١- يجب أن يكون السؤال واضحاً ومسموعاً ومناسباً للمستوى العمري للتلاميذ.

٢- ينبغي أن يتأكد المعلم من أن التلاميذ قد استوعبوا السؤال تماماً.

٣- ينبغي أن يثير المعلم انتباه التلاميذ وتشوقهم للإجابة عن السؤال.

٤- ينبغي أن يشجع المعلم التلاميذ على المشاركة في الإجابة عن الأسئلة.

٥- ينبغي أن يوجه المعلم السؤال أولاً قبل اختيار التلميذ الذي سيجيب عليه.

٦- ينبغي أن يجنب المعلم الإيماء إلى التلاميذ بأنهم لم يستطيعوا الإجابة عن السؤال أثناء إلقاء السؤال.

٧- ينبغي أن يترك المعلم للتلاميذ وقتاً كافياً للتفكير في الإجابة وتنظيمها.

٨- ينبغي أن يتجنب المعلم عبارات التجريح والسخرية كتعليق على إجابات التلاميذ.

٩- ينبغي أن يراعي المعلم ألفاظ المدح والثناء على إجابة كل تلميذ وإذا كانت الإجابة خاطئة فيمكنه أن يقول للتلميذ (أكيد كان قصدك تقول كذا كذا... مش كده طب) قول بأسلوبك أنت ثم يوجه السؤال مرة أخرى إلى باقي التلاميذ.

١٠- ينبغي أن يحرص المعلم أثناء استماعه للإجابة أن يشعر كل تلميذ بأن المعلم ينصت باهتمام وهو سعيد بإجابات التلاميذ.

١١- ينبغي أن يوزع المعلم أسئلته على جميع التلاميذ، فلا يقتصر على من يريد الإجابة فقط.

١٢- ينبغي أن تشجع أسئلة المعلم التلاميذ على الابتكار والتفكير في أكثر من إجابة.

١٣- ينبغي أن يحرص المعلم على أن ينصت جميع التلاميذ باهتمام إلى التلميذ الذي يجيب على السؤال.

١٤- ينبغي أن ينوع المعلم من أسئلته ومن نمط الإجابة المطلوب كي لا يشعر التلاميذ بالملل.

١٥- ينبغي أن يتحاشى المعلم أن يكرر السؤال بعد إلقاءه مباشرة لأن يشجع التلاميذ على عدم الانتباه في المرة الأولى ولكن يمكنه أن يطلب من تلميذ تكرار السؤال أو إعادة صياغته.

أسئلة للتقويم الذاتي

١- ضع اختباراً موضوعياً في مادة الرياضيات مراعياً شروط صياغة الأسئلة الموضوعية؟

(اختر أي وحدة من الوحدات الدراسية في رياضيات المرحلة المتوسطة أو الثانويه).

المراجع العربية

١- إبراهيم أحمد الحارثي: تعليم التفكير، السعودية، الرياض، مكتبة الملك فهد الوطنية، ١٩٩٩.

٢- أحمد حسين اللقاني وعلي الجمل: معجم المصطلحات التربوية المعرفة في المناهج وطرق التدريس، ط١، القاهرة عالم الكتب، ١٩٩٦.

٣- جابر عبدالحميد جابر: الذكاءات المتعددة والفهم (تنمية وتعميق)، ط١، القاهرة، دار الفكر العربي، ٢٠٠٣.

٤- حسن علي سلامة: طرق تدريس الرياضيات بين النظرية والتطبيق، القاهرة، دار الفجر للنشر والتوزيع، ١٩٩٥.

٥- سيد السايح حمدان: استخدام أسلوب العصف الذهني في تدريس البلاغة وأثره في تنمية التفكير الإبداعي والكتابة الإبداعية لدى طلاب المرحلة الثانوية، المؤتمر العلمي الخامس عشر، مناهج التعليم والإعداد للحياة المعاصرة (٢١-٢٢) يوليو ٢٠٠٣.

٦- عزو إسماعيل عفانة، ونائلة نجيب الخزندار: التدريس الصفي بالذكاوات المتعددة، ط١، فلسطين، آفاق للنشر والتوزيع، ٢٠٠٤.

٧- فاطمة عبدالسلام: فعالية تدريس الرياضيات باستخدام بعض النماذج التدريسية في تنمية المهارات الهندسية وحل المشكلات البيئية لدى تلاميذ الحلقة الأولى من التعليم الأساسي، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية ببور سعيد.

٨- فريد كامل أبو زينة: مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها، ط٢، الإمارات العربية المتحدة، دار الفلاح، ٢٠٠٣.

٩- فريدريك هـ.بل: طرق تدريس الرياضيات، ترجمة وليم عبيد وآخرون، الدار العربية للنشر والتوزيع، الجزء الثاني، ١٩٨٦.

١٠- كوثر كوجك: اتجاهات حديثة في المناهج وطرق التدريس، القاهرة، عالم الكتب، ١٩٩٧.

١١- مجدي عزيز إبراهيم: التدريس الفعال، ط١، القاهرة، الأنجلو المصرية، ١٩٩٧.

١٢- محمد محمود الحيلة: طرائق التدريس وإستراتيجياته، ط١، الإمارات العربية المتحدة، دار الكتاب الجامعي، ٢٠٠١.

١٣- لطفي أيوب لطيفة، يوسف السوالمة: أساليب تدريس الرياضيات للصفوف الابتدائية العليا والإعدادية، ط٢، عمان، وزارة التربية والتعليم والشباب، ١٩٩٠.

١٤- وزارة التربية والتعليم: برنامج تدريب المعلمين عن بعد، إستراتيجيات التدريس الفعال ومهارته في الرياضيات، الأمل للطباعة.

١٥- وليم عبيد: تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير، ط١، عمان، دار المسيرة، ٢٠٠٤.

١٦- وليم عبيد وآخرون: تعليم وتعلم الرياضيات في المرحلة الابتدائية، ط١، الكويت، مكتبة الفلاح، ١٩٩٨.

١٧- وليم عبيد ومحمد المفتي وسمير إيليا، تربويات الرياضيات، القاهرة، الأنجلو المصرية، ٢٠٠٠.

المراجع الأجنبية:

١٨- Denmark, T & Kepner, H. Basic kills in Mathematics A survey Journal or Research in Mathematics Education Val, ١١, no. ٢, March., ١٩٨٠.

١٩- Good Carter V, Dictionary of Education, ٣rd ed, MC Graw – Hill book Company, New York, ١٩٧٣.

٢٠- Lola J.M., Teaching Mathematics in the Elementary School. ٢nd Ed London, Collier Macmillan, ١٩٧٤.

٢١- .... Playing Games With Number, Teaching Math, DAI., Val. ٢٤, no. ٢, oct., ١٩٩٣.

الجزء الثاني

تاريخ تطور الرياضيات

قائمة محتويات الجزء الثاني

الفصل الخامس

تاريخ الرياضيات بين الشخصيات والمؤلفات

مقدمة الجزء الثاني

تعد الرياضيات أم العلوم وفي ذات الوقت هي خادمتها وهذا هو موضوع العظمة في الرياضيات.

ولقد غيرت الرياضيات مجرى التاريخ فبدون الرياضيات لما كان الإنسان قادراً على تشييد المباني والجسور، ولما توصل إلى العمل بالحواسيب وإطلاق الصواريخ الفضائية، ولا حقق الإنجازات الكثيرة في مجال الطب والجراحة وسائر العلوم الأخرى.

ولمعرفة موضوع علم الرياضيات ومنهجه يجب عليك عزيزي الطالب المعلم أن تدرس تاريخ هذا العلم مما يساعدك على اكتشاف العوامل التي تحكم سير وتطور هذا العلم، ومعرفة العوائق التي اعترضت تطوره.

ويحفل تاريخ الرياضيات بتاريخ إنساني هائل شاركت فيه شتى الأمم والحضارات وعملت على إنمائه كل الشعوب.

ولهذا أقدم لك هذه الموضوعات والتي تساعدك على أن تكون على دراية كافية ومعرفة جيدة بالمادة التي ستقوم بتدريسها، كما يمكن أن تستعين بهذه المادة الرياضية التاريخية في التقديم والتمهيد لموضوعات الرياضيات المدرسية لجذب انتباه الدارسين وزيادة ميولهم نحو دراسة مادة الرياضيات، وفضلاً عن ذلك فسوف

تفخر وتعتز ببراعة العرب، ودقة القدماء المصريون وإنجازاتهم في تاريخ الرياضيات. ولعله لولا هذه الدقة لما بقيت أهرام الجيزة أحد عجائب الدنيا السبع قائمة حتى يومنا هذا.

الدكتورة

فاطمة عبدالسلام أبو الحديد

الفصل الأول

* مقدمة.
* لماذا الاهتمام بتاريخ الرياضيات.
* نشأة الأعداد ومراحل تطورها.
* مرحلة الحصر.
* مرحلة النظائر.
* مرحلة استخدام رموز الأعداد.

مقدمة:

تميز الإنسان منذ وجوده على سطح هذه الأرض برغبته في فهم الظواهر التي تحيط به وقدرته على استغلال ما وجده في بيئته من مواد طبيعية لكي يضمن بقائه واستمراره، وبحكم تكوينه الاجتماعي كان حريصاً على تبادل الخبرات مع الآخرين، فيروي ما يمر به وما يفكر فيه، وهذا الاتصال بالآخرين أمر هام يشعره بالانتماء إلى مجموعة، ومن ثم يشعر بالأمن.

واعتمد الإنسان في ذلك على وسيلة اتصال ذات شقين: إحداهما وصفي والآخر كمي

- الشق الأول (الوصفي) ويرتبط بلغة التعبير عن الأفكار والأحداث.
- أما الشق الثاني (الكمي) فهو عادة يرتبط بالكمية أو العدد أو ما يسمى بلغة الأعداد أو لغة الحساب ولقد تنوعت وتقدمت لغة الحساب وفقاً لتقدم الحضارات وحسب المجتمعات والبيئات، ولكنها في العصر الحاضر قد سبقت اللغات الأخرى حيث وصلت إلى مستوى من التعميم لم تصل إليه أي لغة أخرى.

والدليل على ذلك أن الأعداد التي تستخدم حالياً لها نفس القيمة ونفس المدلول في جميع أنحاء العالم على الرغم من اختلاف رموز كتابة تلك الأعداد، مما يؤكد أن لغة الأعداد أصبحت لغة عالمية أو دولية عامة لم تصل اللغات الأخرى إلى مستواها من حيث الانتشار والتعميم.

والرياضيات أحد مجالات المعرفة الأساسية والتي ارتبط نموها وتطورها عبر الأزمنة المختلفة باحتياجات الإنسان فقد نشأت لتلبية حاجات الإنسان والتي تمثلت

في الأنشطة العملية والتطبيقية على ضفاف النيل العظيم كالتشييد والبناء والقياس والمساحة وأعمال الفلاحة والزراعة.

والسؤال الآن هو كيف تطورت الرياضيات حتى وصلت إلى ما هي عليه الآن كبناء من المعرفة مستقل ومتكامل؟ ومن الذين شاركوا في هذا البناء خلال القرون العديدة الماضية؟ للإجابة على هذه الأسئلة سوف نستعرض في الصفحات التالية نشأة تطور تاريخ الرياضيات والتعرف على بعض الأشخاص الذين ساهموا في تطور علم الرياضيات.

لماذا الاهتمام بدراسة تاريخ الرياضيات

إن الاهتمام بدراسة تاريخ الرياضيات يلقي الضوء على تطور الفكر البشري من ناحية والتطور الرياضي من ناحية أخرى، مما يوضح دور الإنسان من اكتشاف الأدوات المناسبة والعلاقات الصحيحة التي تمكنه من التنبؤ بما قد يواجهه من مشكلات واحتياجات المجتمع الذي يعيش فيه وكل ذلك له أهمية خاصة بالنسبة للطالب المعلم للأسباب التالية:

١- أنه يجعل المعلم أكثر استبصاراً بأثر الرياضيات في التفكير البشري وتأثره بهذا التفكير.

٢- يدرك المعلم كيف تطورت الأفكار الرياضية الأساسية، وكيف تخطت المراحل التي صادفتها في أثناء ذلك التطوير، وهذا بدوره يعطي فهماً أكثر للأفكار الرياضية.

٣- التطور التاريخي لمادة الرياضيات يعطي المعلم فكرة عن تاريخ الإنسانية على مر العصور لتطوير العلم وتطوير الفكر الإنساني والرقي به على مر العصور المختلفة، ويعني ذلك ارتباط الرياضيات بالإنسان ارتباطاً وثيقاً فهي علوم

إنسانية بمعنى أن الإنسان قد أوجدها وطورها مرتبطة بحياته واستخدمها كأداة لحل مشكلاته ومشكلات المجتمع، وطورها كلما جمع منها قدراً يمهد للتطوير وزيادة الرقي بحياته وبيئته مرة أخرى، وانتقلت الرياضيات به وعن طريقه من المستوى البسيط للحياة إلى المستوى المعقد الذي نعيشه الآن بما فيه من حضارات علمية وتكنولوجيا تخطت حدود الأرض لتصل إلى الأجرام السماوية المختلفة، وما يرتبط بذلك من تطور وتقدم علمي هائل.

٤- دراسة تاريخ الرياضيات يساعد معلم الرياضيات في التعرف على بعض فجوات المعرفة الرياضية، والتي أدت إلى التوصل إلى كل جديد في مجال الرياضيات.

٥- دراسة تاريخ الرياضيات تساعد المعلم على إدراك الوجه المختفي من الرياضيات، ولا يقف عند حدود الوجه الظاهر منها، أي إنه يرى الجذور الضاربة في أعماق التاريخ ولا يكتفي بالفروع التي يراها فوق سطح الأرض، صحيح أنه يرى الثمار ولكن رؤية الشجرة من جذورها إلى ثمارها يعطي الإنسان صورة كاملة متكاملة عنها تجعله أكثر تقديراً لها.

٦- تعطي دراسة تاريخ الرياضيات المعلم الفرصة للوقوف على أسباب كثير من الإجراءات وطرق العمل التي يقوم بها عند إجراء عملية رياضية معينة، كما أنها تسمح له بتذوق وتقدير طبيعة الرياضيات كمادة حية نامية، وأن يقدر العلماء الرياضيين الذين ساهموا في تطورها ونموها، كما يمكن أن تؤدي بالدارس نفسه إلى أن يكون رياضياً ومبتكراً للمزيد من الأفكار الرياضية.

٧- توضح دراسة تاريخ الرياضيات الدور الأساسي التي قامت به الحضارات التي ارتبطت يوماً بأرضنا العربية منذ المصريين والبابليين والعرب، وهذا في

حد ذاته يلقي الضوء على حضارتنا القديمة وعلى تقدير دورها الإيجابي في تطوير التفكير البشري، ويؤدي ذلك إلى تكوين ميل نحو دراسة هذا التطور والتعمق فيه وبالتالي حب الرياضيات ودراستها، وهو العلم الذي يقول أنصاره إنه (ملكة العلوم) أو (مرآة الحضارة) أو غير ذلك من المسميات التي تعني أمراً واحداً هو أنها أصبحت لغة العصر وأساس تقدم معظم العلوم إن لم يكن كلها.

٨- دراسة تاريخ الرياضيات تمد معلم الرياضيات بثراء من القصص الطريفة والطرق المختلفة لحل كثير من المشكلات الرياضية والمواقف الحياتية، وتوسع مداركه وثقافته وتمكنه من المساهمة في تطوير مناهج الرياضيات، ومعنى ذلك أنها تساعد المعلم في تكوين الحس الثقافي والتاريخي لمادة الرياضيات والتعريف على طبيعتها مما يجعله كفئاً في تدريس الرياضيات.

نشأة الأعداد ومراحل تطورها

على الرغم من أن مفهوم العدد يعتبر اللبنة الأولى في بناء علم الرياضيات إلا أن هذا المفهوم لم يظهر مرة واحدة ولكنه مر بمراحل تطورية حتى أصبح بصورته الحالية ويمكن تلخيص التطور التاريخي للرياضيات في المراحل التالية:

١- مرحلة الحصر وتسمى بمرحلة ما قبل العد والتسجيل:

وهي مرحلة التعبير الوصفي عن الكميات، فكان الفرد يستعين بحركات يديه للتعبير عن الكمية إذ كان يفتح ذراعيه بقدر معين ليدل على الكمية التي يملكها من الأغنام أو اصطادها من الطيور أو الأسماك أو عدد أفراد عائلته أو غير ذلك، والإنسان في هذه المرحلة لم يكن يدرك عدد ما يتحدث عنه ولكنه يشير إلى كمية كبيرة أو صغيرة، وكان يستخدم ألفاظاً أو عبارات أو إشارات أو إيماءات تدل على

الكثرة أو القلة، وسواء استخدم الإنسان الحركات أو الإشارات أو الأصوات الدالة على وصف الكمية أو استخدام كلمات من محصوله اللغوي أو وسيلة تعبيرية أخرى بأنه يصف العدد ولا يحدد مقداره.

٢- مرحلة النظائر (أو الشيء ونظيره)

وفي هذه المرحلة كان الإنسان البدائي يطابق أو يقابل بين الأشياء التي يراها أو يملكها أو يريد أن يعبر عنها وبين وحدات أخرى بسيطة كالحصى- أو فروع الأغصان أو العصى أو علامات على الأخشاب أو على فروع الأشجار أو على الحجر، وكان ذلك يعني أن حصاه مقابل أو نظير كل رأس غنم يملكها مثلاً ويكون مجموع هذه الحصى ممثلاً لما يملكه من أغنام أو كان يعمل علامات على قطع من الخشب بحيث أن كل علامة تدل على أحد جياده وبذلك فإن العلامات التي يعملها تمثل الجياد التي لديه. وكانت العلامات أو الحصى سواء حملها في أكياس فوق ظهره أو علقها في رقبته أو وضعها في مكان أمين فإنها تمثل ما يريد التعبير عنه، ومع ذلك لم يكن الإنسان الأول يدرك عدد الحصى أو العلامات أو أنها تمثل عدداً معيناً ولكنها تمثل كمية محددة لم يستطع حينذاك أن يعبر عن قدرها أو عددها.

- وفي هذه المرحلة أيضاً تطور الأمر فأصبح يقارن ما يريد التعبير عن كميته بوحدات معروفة مثل العين أو الأذن أو الأصابع... فعندما يقول أنا أملك من الجياد ما يعادل عيناي أو أذناي أو أصابع يد واحدة فهو يعني مقداراً معيناً وإن لم يكن يحدد عدداً يمثل هذا القدر... فلم يكن يعرف اثنين أو خمسة ولكنه كان يكتفي بأن يقول أو يشير إلى العينين أو الأذنين أو الأصابع وهي وحدات معروفة ومحددة يدركها كل إنسان ويتضح من ذلك أن هذه المرحلة متضمنة في المرحلة السابقة وهي مرحلة استخدام الحصى والعلامات وإن كانت غير محددة

إلا أنها تمثل ما هو أكثر من العيون والآذان وأصابع اليد التي هي مقادير ذات قيمة محددة.

وملخص هذه المرحلة في المقارنة بين الشيء ونظيره، وكانت النظائر أشياء بسيطة مألوفة في البيئة يحس بها ويراها أو مجموعات معروفة كأصابع اليدين وأجنحة الطير أو عيون الإنسان وما إلى ذلك.

ومن أمثلة ذلك أن يقول الشخص "اصطدت اليوم من السمك قدر أصابع يده"

* ويلاحظ أن هذه المرحلة تضمنت أفكار رياضية مثل

* **فكرة التجميع**: حيث فكر في مجموعات صغيرة لتمثل ما يريد التعبير عنه من مقادير.

* **فكرة المقارنة**: وفيها يظهر التكافؤ عند مطابقة عناصر مجموعة بعناصر مجموعة أخرى.

* **فكرة التباين**: ويتضح ذلك عندما تزداد عناصر مجموعة من عناصر مجموعة أخرى أو العكس.

- والإنسان الأول كان يدرك أن قطيعه من الأغنام قد عاد جميعه إلى حظيرته إذا تطابق أو تكافأت عناصر الأغنام مع عناصر الحصى، وهو بذلك يدرك التكافؤ والأقل والأكثر، وهي كلها أفكار رياضية أثرت في نمو الرياضيات.

٣- مرحلة استخدام رموز الأعداد

عندما تطورت حياة الإنسان واتسعت دائرة علاقاته وبدأ يعمل في التجارة

عن طريق المبادلة أو المقايضة شعر باحتياج إلى أعداد كبيرة وإلى أسلوب يمكنه من ممارسة علاقاته الاجتماعية والاقتصادية بصورة أكثر سهولة.

وكان المعداد الطبيعي في ذلك الوقت أصابع اليد مما جعل الإنسان البدائي يفكر في استخدام أصابع يديه على أوسع مدى ممكن فكان الواحد منهم يثني أصابعه بطريقة خاصة لتدل على كمية معينة، وبمرور الزمن وجد الإنسان أن استخدام الأصابع لم تعد كافية للدلالة على ما يملكه أو يتاجر فيه، فبدأ يفكر في تسجيل الكميات والتسجيل يحتاج تدوين، والتدوين يحتاج إلى كتابة بالرموز.

ويلاحظ مما سبق أن الإنسان البدائي لم يكن له نظاماً عددياً، فلم يكن للعدد لديه مفهوم مجرد، كما هو الشأن لدينا، بل كان له استعمال وصفي مثل "خمسة أرجل" و"تسعة رؤوس" أما النظام العددي باعتباره مكون من أشياء تسمى أعداداً تبدأ من الصفر حد أعلى فقد نما في أذهان الناس نمواً بطيئاً.

فقبل اختراع الكتابة بزمن طويل وضع الإنسان البدائي طريقة لتسجيل الأعداد فقد كان يعد على أصابعه، ومن السهل تمثيل الأصابع بعلامة أو شرطة على حوائط كهوفهم أو على قطع الحجر عندما يريدون تسجيل عدد الأشياء، وكان العدد الكلي لا يمكن أن يعرف بنظرة واحدة، بل كان لا بد من عدها واحدة واحدة، ولقد وجدت مثل هذه العلامات على حوائط الكهوف التي سكنها الإنسان الأول كسجلاً للمحاولات الأولى التي قام بها البشر.

أسئلة التقويم الذاتي

س١ ما أوجه استفادتك من دراسة مادة تاريخ الرياضيات؟

....

....

....

....

....

س٢ وضح مراحل تطور العدد؟

....

....

....

....

....

الفصل الثاني
أنظمة العدّ البدائية

* حاجة الإنسان البدائي إلى نظم العدّ.

* أمثلة للنظم البدائية في العدّ.

- نظام العدّ البابلي.
- نظام العدّ المصري القديم.
- نظام العدّ الروماني.
- نظام العد العربي القديم.

الفصل الثاني
أنظمة العدّ البدائية

* يعرف نظام العدّ بأنّه: مجموعة من الرموز + أساس التجميع + أسلوب لتسجيل الأعداد باستخدام الرموز والأساس.

مثال: نظام العدّ الحالي: (النظام العشري)

* مجموعة الرموز: هي المجموعة المكوّنة من الأعداد

٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩

* أساس التجميع: عشرة

* أسلوب التسجيل: تكتب الأعداد أو تسجل باستخدام فكرة الخانات أو القيمة المكانيّة (الآحاد، العشرات، ......)

وكلّ عشرة من أي خانة تساوي واحدة من الخانة التي على يسارها أي أن

كل عشرة من الآحاد = عشرة واحدة

كل عشرة من العشرات = مائة واحدة

العدد ١٩٧٤ = ٤ (١٠)^{٠} + ٧ (١٠)^{١} + ٩ (١٠)^{٢} + ١ (١٠)^{٢}

= ٤ + ٧٠ + ٩٠٠ + ١٠٠٠

ويُطلق على النظام العشري بالنظام العربي أو الهندي لأنّ أصل رموز هذا النظام (هندي) ثمّ نقلها العرب إلى بغداد في القرن الثامن الميلادي وطوّر العرب طريقة كتابة هذه الرموز واستخدموا الصفر على نطاق واسع.

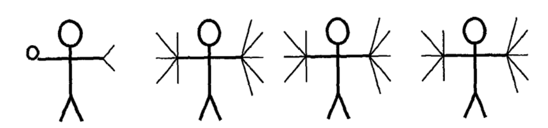
حاجة الإنسان البدائي إلى نظام العدّ:

نشأت الحاجة إلى نظم للعد عندما بدأ الإنسان يشعر بأنّ مجموعات المقارنة المعروفة غير كافية حيث كان يجد بعض الأشياء ليس لها نظير في مجموعات المقارنة، وللتغلّب على هذه المشكلة حاول الإنسان ما يلي:

١- التوسّع في مجموعات المقارنة.

أصابع يد واحدة ← أصابع اليدين ← رجل كامل

٢- التوسّع عن طريق التكرار: فقد وجدت في بعض الكهوف التي تعود للعصر الحجري الوسيط صوراً تُبيّن فكرة التكرار في شكل رجل يُمكن تسميته برجل العدّ فمثلاً العدد ٣٢ كان يظهر كما بالشكل



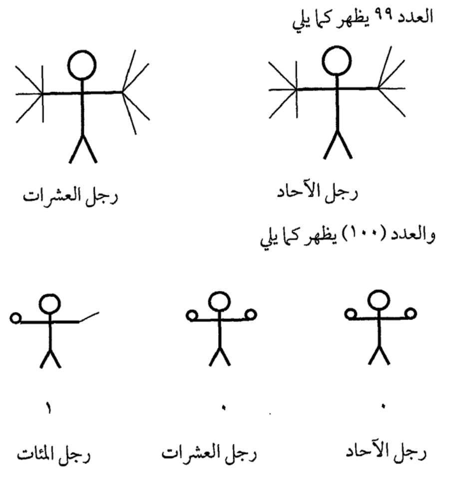
ويُسمّى هذا النظام نظاماً تكرارياً جمعياً وحيث أنّ الجمع إبدالي وتجميعي فلا يهمّ ترتيب العدّ من اليمين إلى اليسار أو من اليسار إلى اليمين إذ أنّ العدد يدل على مجموع الأصابع التي بالصورة

٣- استخدام الرموز لتفادي كثرة التكرار.

٤- التوسّع عن طريق استخدام القيمة المكانيّة، وذلك باستخدام فكرة الخانات أي أنّ رمز العدد يُمثّل قيمتين- القيمة المطلقة والقيمة المكانيّة بحسب موقعه في النظام العشري الحالي.

٥- أمثلة النظم المكانيّة البدائية الشكل التالي:

العدد ٩٩ يظهر كما يلي



أمثلة للنظم البدائية في العدّ

١- نظام العدّ البابلي

بدأت الحضارة البابلية بعد الحضارة المصرية القديمة.

- قبل عام ٢٠٠٠ قبل الميلاد كون البابليون نظاماً للعدّ استخدموا فيه القيمة المكانيّة.

- كان هذا النظام مزيجاً من الأساسين العشري والستيني.

- استخدموا رموز عددية على شكل < ∨ وكانوا يكتبون الرمز بضغط عصا مدبّبة في قطعة مسواه بالطين ثمّ كانت تترك لتجفّ في الشمس أو

تحرق في فرن، وبذلك تتحوّل إلى قالب صلب. وكان لنظامهم العدد رموز مسمارية الشكل تأخذ معان مختلفة.

- استخدم البابليون أيضاً فكرة الطرح في التعبير عن بعض الأعداد.

- كما ظهرت الدائرة (٥) في بعض لوحاتهم لتمثّل الصفر أي لتمثّل عدم وجود عدد.

- كانت رموزهم الأساسيّة كما يلي:

العدد	الواحد	العشرة	المائة	النصف
الرمز	∨	<	∨<	[symbol]

- إلاّ أنّ الرمز (∨) كان يستخدم ليعني ٦٠، ٣٦٠٠، .... وبصفة عامّة (٦٠)ن

- كما كان الرمز < كان يستخدم ليعني أعداداً مثل ١٠×٦٠، ١٠×٣٦٠٠، ...... (١٠×٦٠)ن

- كما استخدم البابليون الرمز الأُفقي (ــــ) ليدلّ على الواحد الصحيح، والرمز (+) ليدل على العشرة، والرمز (≠) ليدل على العشرين.

❖ أمثلة لبعض الأعداد بالرموز البابلية:

الرمز	العدد
∨ ∨ ∨ ∨ ∨	تعني خمسة (٥)
< <	تعني عشرين أو ≠
< < ∨ > ∨	تعني ١٩ وهي مكتوبة على أنها ٢٠– ١ حيث الرمز < ∨ يعني العملية (–)
∩	تعني عشرة ولاحظ أكثر من رمز للعدد عشرة

– وكان العدد ١٩ مكروهاً عند البابليين القدماء فكانوا يكتبون ٢٠ – ١



وتعني ٢٠ – ١ = ١٩

– وقد استخدم البابليون النظام الستيني في وحدات القياس حيث أخذ عنهم تقسيم محيط الدائرة إلى ٣٦٠ جزءاً.

– وكانت الأعداد الأقل من ٦٠ تمثّل باستخدام نظام تجميعي.

– أما الأعداد الأكبر من ٦٠ كان يعبر عنها بالأساس الستيني.

– استعمل البابليون الخانة في نظامهم العددي لأيّ عدد مهما كان كبيراً أم صغيراً

ممّا سهّل إجراء عمليات الجمع والطرح والتربيع، وإيجاد الجذر التربيعي والجذر التكعيبي.

- اشتقّ البابليّون النظام العددي الخاصّ بهم من نظام عملاتهم والتي كانت من ١ – ٦٠ ثمّ توسّع فأصبح النظام الستيني ذو الخانة

مثال: $\frac{١}{٢}$ ٢ = $\frac{٣٠}{٦٠}$ ٢، ١٥٠ = ٣٠ + ٢ × ٦٠

- كانت المشكلات التي عالجوها هي:
- إيجاد عددين إذا عرف مجموعهما أو باقي طرحهما أو حاصل ضربهما أو قسمتها.
- استطاع البابليون حلّ معادلات خطّية ومعادلات من الدرجة الثانية والرابعة.
- توصّل البابليون إلى مفهوم التشابه وإيجاد علاقات وقوانين المساحة والحجوم.
- درسوا بعض العلاقات الهندسية مثل المثلث المرسوم في نصف دائرة يكون قائماً وحصلوا على قيم تقريبية لـ ٢، ٣.

٢- نظام العدّ المصري القديم

* استخدم المصريون نظام للعدّ يعتمد على الأساس العشري وكان ذلك عام ٣٠٠٠ ق م، وهذا النظام يبدو طبيعياً باعتبار أنّ عدد الأصابع= ١٠.
* اعتمد هذا النظام على مجموعة من الرموز المستقلة للعشرة، والمائة، والألف، والعشرة آلاف، والمائة ألف.
* هذا النظام لم يكن به رمزاً للصفر ولا للمكان الخالي فلم يبتكروا الصفر حيث ابتكره الهنود.
* هذا النظام كان تكرارياً جمعياً في الأعداد البسيطة، كما استخدموا التكرار الضربي لكتابة الأعداد الكبيرة لأنه لم يكن في هذا النظام فكرة الخانة.

* كانت لهم رموز للكسور خاصّة للكسور التي كان بسطها الوحدة.

* كان المصريون يسجلون أحداثهم على مواد حجرية أو خشبية أو فخارية وعلى ورق البردي وكانت اللغة المصرية القديمة هي الهيروغليفية حيث كانت رموز الأعداد الهيروغليفية كما يلي:

الرمز	العدد الذي يقابله	الرمز	العدد الذي يقابله
∩	١٠ (شكل قوس)	∩ ∩	٢٠ (لاحظ التكرار)
	١٠٠ شكل المحار		١٠٠٠ شكل زهرة اللوتس
	١٠٠٠٠ شكل الإصبع		١٠٠٠٠٠ شكل سمكة
	١٠٠٠٠٠٠ شكل رجل		١/٢
	١/٣		٢/٣

* مثال عند كتابة العدد ١٣٠١٥ فيُكتب كما يلي:

والعدد ٩٦٨ كان يكتب كما يلي:

** كما ظهرت أعداد مكتوبة باللغة الهيراطيقية التي تطورت عن اللغة الهيروغليفية وكانت رموز الأعداد من ١-١٠ هي:

العدد	الرمز
١	١
٢	١١
٣	١١١
٤	١١١١
٥	[illegible]
٦	١١١ ١١١
٧	[illegible]
٨	[illegible]
٩	[illegible]
١٠	[illegible]

يتّضح أن النظام العددي عند المصريين القدماء كان قاصراً لأنه عند التعبير عن عدد مثل ٨٧٩ نحتاج إلى ٢٤ علامة مختلفة.

٣- نظام العدّ الروماني

اعتمد الرومان على استخدام نظاماً عـددياً يعتمـد عـلى التكـرار ولكنـه كـان يحتوي على لمحة من فكرة القيمة المكانية ولكنها لمحة بالغة الضآلة، ولا يعـرف أحـد كيف بدأت هذه الأرقام الرمانية، بل يظنّ أن أساسـها هـو الكتابـة بالأصـابع التـي كتب بهـا رجـل الكهـوف الأولى، ويؤيـد ذلـك أنّ الكلمـة اللاتينيـة للإصـبع هـي Digitus التي استعملها الرومـان في وصـف أي رمـز مـن رمـوزهم العدديـة التـي تستعمل الآن كلمة مشتقة منهـا هـي digit وكانـت رمـوز الأعـداد في هـذا النظـام الروماني كما يلي:

الرمز	العدد	الرمز	العدد	الرمز	العدد
I	١	II	٢	III	٣
IV	٤	V	٥	VI	٦
VII	٧	VIII	٨	IX	٩
X	١٠	XX	٢٠	L	٥٠
C	١٠٠	D	٥٠٠	M	١٠٠٠

- وقد كان الأساس التجميعي عند الرومـان هـو العـشرة، كـما اسـتخدموا فكـرة الطرح في كتابة بعض الأعداد فمثلاً:
- الرمز V I يعبر عن العدد ٤ أي (٥-١)
- الرمز CM يعبر عن العدد ٩٠٠ أي (١٠٠٠-١٠٠).
- الرمز IIX يعبر عن العدد ٨ أي (١٠ - ٢)

يلاحظ هنا أن رمز العدد (٥) كان على شكل V وقد تكون للفجوة بين الإبهام ومجموعة الأصابع الأخرى، ولقد نشأت القيمة المكانية مرتبطة بهـذا الأمـر، فلكـي يتجنبو التضخم في IIII للدلالة على الرقم ٤، وضعوا (I) على يمين (V) فإنه يدل على العدد (٦) وطبقت نفس الفكرة مع رموز أخرى فأصبح مفهوماً أنّـه إذا كتـب رمـزاً

إلى يسار رمز آخر قيمته أكبر، فإنّ العدد الناتج يدل على الفرق بين الرمزين، وإذا كتب على يمين العدد يدل على مجموع العددين.

* وقد يكون ناشئاً من الطريقة البدائية في استخدام أصابع اليدين في تمثيل الأعداد ستة، وسبعة، وثمانية، وتسعة فقد كانت تسعة تكتب هكذا VIIII ولكنها بسطت بعد ذلك إلى كتابة I إلى يسار الرمز الدال على عشرة X طبقاً للقاعدة السابقة ولعلّ هذا الرمز (X) مأخوذ من وضع اليدين متقاطعتين أو الإبهامين متقاطعين أو شرطة مائلة تقطع عشر شرط كل منها تمثل واحد أي IIIIIIIII فتصبح اختصاراً X.

* وكان الرمز الأصلي للمائة هو] قد يكون هو صورة للحرف C وهي محفورة على الحجر باعتباره الحرف الاول من الكلمة اللاتينية Centum أي مائة وقد يكون تمّ استبدال الحرف C برمز المائة] للتشابه بينهما.

* وبدلاً من استخدام الرمز XXXXX للدلالة على خمسين فاستخدم النصف الأسفل من الرمز] أي (L) ونظراً لتشابهه مع الحرف الهجائي L مع إنها لا تمتّ لها بصلة.

* وكان الرمز اليوناني الذي يدل على الألف هو Φ ثمّ بمضي الزمن حور إلى (I) وهذا أيضاً حور إلى (M) ربما لأنّ (Mille) وهي ألف بالاتينية

* وكان رمز الخمسمائة باعتبارها نصف الألف بالشكل þ وهو النصف الأيمن للرمز Φ الذي يدل على الألف وبالتدريج تحول إلى ⇐.

طريقة الكتابة وأدوات الكتابة عند الرومان

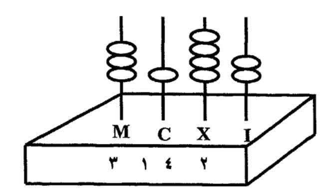
كان التلميذ في المدرسة عند الرومان يكتب على لوح من الخشب المغطّى

سطحه بالشمع مستعملاً قلماً من الحديد أو عصا مدببة، وكان يستعمل الطرف المفرطح للقلم أو العصا في تسوية سطح الشمع استعداداً لاستخدامه مرّة أخرى وكان التلميذ بالطبع يسجل على لوحة نتائج حساباته، اما العمليات نفسها فكان يجريها على المعداد، وفي بعض الأحيان يربط لوحان أو ثلاثة معاً بمفصلات الجلد، وفي هذه الحالات يكون للألواح حافات عالية بعض الشيء لتحمي الكلمات المكتوبة على الشمع من أن يمحوها الاحتكاك. ويعتقد أن الشكل الحالي للكتاب مأخوذ في الأصل عن هذه الألواح المسوكة معاً.

* وكانت العمليات الحسابية البسيطة، كعد أصوات الناخبين مثلاً تجري على موائد مغطاه بالرمل بعصا مدببة، وبعد الانتهاء تسوي صفحة الرمل باليد. وقد استعمل إقليدس وغيره من الرياضيين مثل هذه الموائد الرملية في رسم عدد من الأشكال الهندسية، بل أنّ كثيراً مما ندرسه الآن في الهندسة تم الوصول إليه بأشكال مرسومة على موائد رملية منذ أكثر من اثنين وعشرين قرناً من السنين.

❖ **المعـداد**

استعملت كلمة معداد للدلالة على أنواع مختلفة من أجهزة العد عند القدامى في مصر والهند واليونان والإمبراطورية الرومانية وغيرها من البلاد، وما زال يستعمل في الصين واليونان و أجزاء من روسيا وأحياناً يكون المعداد لوحاً سطرت عليه خطوط وعلى هذه الخطوط يوضع بلي أو حبات تعني باليونانية Calculus والتي تدل على عملية حسابية، وكانت البلية توضع على خط معين تدل على شيء واحد، والتي توضع على خط آخر تدل على عشرة من هذه الأشياء والتي توضع على خط ثالث تدل على مائة من هذه الأشياء وهكذا..



نظام العد العربي القديم

كان لموقع بلاد العرب المتوسط بين حضارات الشرق وحضارات حوض البحر المتوسط والغرب آثر بالغ في دورهم الحضاري القديم وأدى ذلك إلى نشاط تجاري كبير سيطر فيه العرب على التجارة العالمية، واستوجب ذلك معرفتهم لمبادئ الحساب وتدوين الأرقام المرتبطة بالأعمال التجارية كحساب الأرباح والمكاييل والموازيين.

استعمل العرب قبل الإسلام حروف الهجاء للدلالة على الأعداد واستخدموا الحروف الأولى لكلمات الأعداد في كتابة الأعداد نفسها فحرف (خ) يدل على الخمسة وحرف (ع) يدل على العشرة وحرف (م) يدل على المائة وهكذا...

كما استعان العرب بالطريقة الهيروغليفية لكتابة صور الأرقام القائمة على تكرار العصى حسب الطريقة الهيروغليفية ولكن العرب لم يذهبوا بها إلى أكثر من الخمسة وكان للعرب فضل في الوصل بين العصى كما في المثال الآتي:

العـــدد	الرمـز المقابــل
الواحــد	١
الاثنان	١١
الثلاثة	١١١
الأربعة	[illegible]
الخمسة	[illegible] أو [illegible]

ولقد اعتمد العرب في تدوين حساباتهم عـلى طـريقتين أولهـما تـدوين العـدد بالكلمات مثل (ستمائة وخمسون ديناراً).

وثانيهما حساب الجمل التي اقتبسها العرب عن الساميين وهذه الطريقة تقضي بإعطاء كلّ حرف رقم يدلّ عليه.

وكان هـذا النظـام معمـولاً بـه في عـدد مـن الـدول القديمـة وظـلّ العـرب يستخدمون هذا الترقيم الأبجدي رغم صعوبته وقد أطلق العرب عـلى هـذا النظـام اسم (حساب أبجد) ورتب أهل المشرق الحروف على النحو التالي:

أبجد هوز حطي كلمن سعفص قرشت ثخذ ضظغ

أمّا أهل المغرب العربي فقد رتّبوا الحروف على النحو التالي:

أبجد هوز حطي كلمن سعفص قرشت ثخذ ضظغ

والجدول التالي يبين ترتيب الحروف ودلالتها الرقمية.

أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط	ي
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص	ق	ر
٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٠	٢٠٠
ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ		
٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠	١٠٠٠		

ورمزوا للأعداد التي تزيد على الألف بضمّ الحروف إلى بعضها البعض كما يلي:

ب غ	جغ	دغ	هغ	وغ	رغ
٢٠٠٠	٣٠٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠	٦٠٠٠	٧٠٠٠
حغ	طغ	كغ	لغ	قغ	ثغ
٨٠٠٠	٩٠٠٠	٢٠٠٠٠	٣٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	٥٠٠٠٠٠

فإذا أردت أن ترمز إلى أي عدد غير وارد في الجدول فما عليك إلاّ أن تركبه من حروفه الملائمة بطريقة التدني من الأكبر إلى الأصغر فمثلاً:

٢٤ = كـد   ٢١٢ = ريب

١٢٨١ = غرقا   ٦٩ = سط

وهكذا فإنّه يمكن كتابة أي رقم سواءً بالنظام الشرقي أو الغربي ورغم ذلك فإنّ هذا الترقيم مثله مثل الترقيم اليوناني لا يساعد على إجراء العمليات الحسابية كما أنّه غير مناسب للعرب لصعوبته واستبدلوا به نظام الترقيم العشري الذي طوروه عن الهنود.

الأرقام الهندية

عرف العرب الأرقام الهندية وانتشرت هذه الأرقام في بلاد المشرق العربي حيث تمّ استعمالها في معظم البلدان وهو كما يلي:

١ـ ٢ – ٣ – ٤ – ٥ – ٦ – ٧ – ٨ – ٩ – ١٠

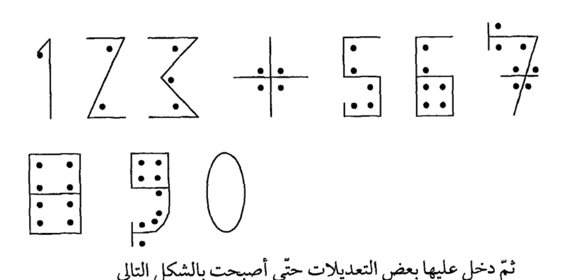
ويذكر (البيروني) أنّ الأرقام الهندية كانت مختلفة باختلاف مناطق الهند وأنّ العرب انتقوا منها ما رأوه مناسباً لهم واكتفوا بطريقتين مختلفتين لكتابة الأرقام.

❖ الأرقام الغبارية

سُمّيت بالأرقام الغبارية لأنّ الهنود كانوا يبسطون الغبار على لوح من الخشب ويرسمون عليه الأرقام اللازمة في عمليات الحساب وهذا الشكل انتشر في المغرب العربي والأندلس ثمّ نقل بعد ذلك إلى أوروبا عن طريق المعاملات التجارية والرحلات بين الشرق والغرب.

وعرفت هذه الأرقام بالأرقام (الخوارزمية) نسبة إلى الرياضي الشهير (الخوارزمي) وهو أول من ألف في الحساب والجبر ويعود إليه الفضل في تناول الأرقام في أوروبا عن طريق مؤلفاته وكتبه في الحساب والجبر.

ويرى بعض العلماء أن الأرقام العربية (الغبارية) مرتبة على أساس عدد من الزوايا التي يضمها كلّ رقم فالرقم واحد يتضمن زاوية واحدة، ورقم اثنان يتضمن زاويتين، والرقم ثلاثة يضمّ ثلاث زوايا وهكذا.... كما بالشكل التالي:



ثمّ دخل عليها بعض التعديلات حتّى أصبحت بالشكل التالي

الصفر

من أهم الألفاظ المستعارة من العربية لفظ (Zero) أو (Cipher) فمع أنّ العرب لم يخترعوا الصفر فإنّهم أول من أدخله من الأرقام الهندية إلى أوروبا فعلموا الغربيين طريقة استعمال هذه الأداة وبذلك سهّلوا استعمال الحساب وللصفر أهمية عظمى في نظام الأرقام ويوضع الصفر لحفظ المراتب والمواضع.

فوائد الصفر

- لولا الصفر لما استطعنا أن نحلّ كثير من المعادلات الرياضية من مختلف الدرجات بالسهولة التي نحلّها بها الآن.
- لولا الصفر لما تقدّمت فروع الرياضيات تقدمها المشهود ولما تقدّمت المدنية هذا التقدّم العجيب.

مزايا الأرقام العربية

١- تقتصر على عشرة أشكال بما فيها الصفر ومن هذه الأشكال يمكن تركيب أي

عدد مهما كان كبيراً، في حين نجد أن الأرقام الرومانية تحتاج إلى أشكال عديدة وتشتمل على أشكال جديدة للدلالة على بعض الأعداد والأرقام العربية القديمة واليونانية قائم على حساب عدد حروف الهجاء.

٢- إنها تقوم على النظام العشري وعلى أساس القيم الوضعية بحيث يكون للرقم قيمتان قيمة في نفسه، وقيمة بالنسبة للمنزلة التي يقع فيها.

٣- إدخال الصفر في الترقيم واستعماله في المنازل الخالية من الأرقام.

٤- تسهيل جميع أعمال الحساب ولولاه لاحتاج المرء إلى استعمال طرق صعبة في إجراء عمليتي الضرب والقسمة حيث أن هاتين العمليتين كانتا تحتاجان وقتاً طويلاً.

- كيفية استغلال المعلم لهذه المميزات

- إن من واجب المعلم أن يدرك كيف يستغل مميزات النظام العشري ليضع الخطة التي تناسب تلاميذه كي يكتشفوا استغلال هذه المميزات وتطبيقها وممارستها في تعلمهم من خلال ما يلي:

١- حيث أنه يوجد ٩ أرقام والصفر وهي تتبع نفس الترتيب دائماً فإن العلاقة بين ٤، ٥ تعطي نفس المعنى بين العلاقة بين ٤٠، ٥٠ وبين ٤٠٠، ٥٠٠ وهكذا في حالات الألوف وعشرات الألوف وهذا يسهل فهم المعنى الأعداد أي أن فكرة الآحاد تسري على العشرات والمئات والألوف وهكذا...

٢- إن فكرة التجميع في مجموعات هي العشرات تسهل إجراء العمليات فمثلاً إذا عرف التلميذ مجموع ٤، ٥ فإنه يستطيع بنفس الطريقة أن يجمع ٤٠، ٥٠ ثم ٤٠٠، ٥٠٠ وهكذا في حالات الطرح والضرب والقسمة

ومعنى هذا أن التلميذ يستطيع أن يتناول الأعداد الكبيرة بنفس الطريقة التي يتناول بها الأعداد الصغيرة.

٣- في حالة تعلم التلميذ العد إلى مائة يجد أن التشابه بين الآحاد والعشرات في الشكل وفي الأسماء وهذا يسهل عليه العد فلا يحتاج إلى مجهود كبير في إدراك القيمة التي يدل عليها رمز العدد ويتكرر باستمرار في الأعداد الصغيرة والكبيرة مثل ٣، ٣٠، ٣٠٠ وهكذا..

٤- إن فكرة الوضع المكاني للرقم في العدد يسهل قراءة رمز العدد وتعطي فكرة عن قيمته كما تيسر مقارنة الأعداد بعضها بالبعض الآخر فالرقم في الخانة الأولى من اليمين يدل على الآحاد في حالة الأعداد الصحيحة وهذا بدوره ييسر على التلميذ طريقة التأكد من صحة العمليات الحسابية.

عيوب النظام العددي الحالي

إن مميزات النظام العددي الحالي قد دفعت بعض الرياضيين إلى التفكير في استخدامه على مدى واسع في حالة الكسور (الأعداد النسبية) بحيث يمكن أن تحل الكسور العشرية محل الكسور العادية ولكن ظهرت بعض عيوب للنظام العددي تحول دون ذلك ولعل أهم هذه العيوب هو أن بعض الكسور العادية لا يمكن تحويلها بدقة وبصورة نهائية مثل $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٦}$، $\frac{١}{٧}$، $\frac{١}{١١}$ وهكذا فإن $\frac{١}{٣}$ = ٠.٣٣٣٣٣

ويختصر بالشكل $٠,\overline{٣}$ حيث تتكرر باستمرار وإلى ما لا نهاية ويقال له كسر عشري دوري.

والآن عزيزي الطالب هل تستطيع أن تستنتج الصعوبات التي واجهت القدماء المصريين في رحلتهم مع الأعداد وتعلم الحساب؟

لا شك أن أهم الصعوبات التي واجهت القدماء المصريين في تعلم الحساب والعد هو نظام كتابة الأعداد بما فيه من تضخم وتعقيد حيث كان يستحيل على الشخص العادي أن يقوم بأي عمليات حسابية مهما تكن بسيطة ما دام يعوقها نظام عددي معقد إلى جانب ذلك كانت هناك صعوبات مادية أخرى تتعلق بأدوات الكتابة ففي الوقت الحاضر تجري العمليات الحسابية بطريقة سهلة جداً باستخدام الورق والقلم، ولكن خلال آلاف السنين الماضية لم تكن أدوات الكتابة رخيصة ووفيرة فقد كان يصنع الورق يدوياً من الخزف في الصين أو من نبات البردي عند قدماء المصريين، أو من الجلد في أوروبا وكانت الكتب تكتب باليد عن طريق ناسخين، ثم تلف الأوراق في لفائف أو تجلد بالصورة التي نعرفها الآن ثم توضع في صندوق صغير يضم إلى مكتبة تقوم عليها حراسة دقيقة نظراً لنفقاتها الباهظة، ومن ثم فإنه من المستحيل أن تستعمل أوراق البردي بالطريقة التي نستعمل نحن بها الورق الآن في إجراء هذه العمليات ممكناً رغم الطريقة المعقدة في كتابة الأعداد.

ونظراً لارتفاع قيمة الورق وندرته فقد كان يستخدم الورق أكثر من مرة بعد إزالة الحبر من المخطوطات القديمة، ولحسن الحظ كانت الكتابات القديمة تعود للظهور مرة أخرى بعد مضي بعض الوقت، ولقد أدى ذلك إلى معرفة كثير من المعلومات القيمة عن القدماء للمصريين.

أسئلة للتقويم الذاتي

س١ عبر عن الأعداد الآتية بالرموز البابلية

- ١٤١
- ١٩
- ٣٠٠

س٢ عبر عن العدد ١١٢٥ باللغة الهيروغليفية؟

س٣ عبر عن العدد ١٥ باللغة الهيراطيقية؟

س ٤ عبر عن العدد ١٢٣٧ بنظام العد الروماني؟

س ٥ عبر عن العدد ١٣٩٥ بنظام العد العربي القديم؟

الفصل الثالث
خصائص الأعداد

- تصنيفات الأعداد.

* الأعداد الزوجية.

* الأعداد الفردية.

* الأعداد هندسية الشكل.

١- الأعداد المثلثة.

٢- الأعداد المربعة.

٣- الأعداد المخمّسة.

* الأعداد الأوّلية.

* الأعداد التامّة.

* الأعداد الناقصة.

* الأعداد الزائدة.

* الأعداد المتحابّة.

- بعض الطرق التاريخية لإجراء العمليات الحسابية.

الفصل الثالث
خصائص الأعداد

كانت الأعداد الطبيعية ١، ٢، ٣، ٤، .... محل تفكير واهتمام الكثير من الفلاسفة والرياضيين على مرّ العصور من بينهم فيثاغورث الذي كون مدرسة فلسفية لدراسة الهندسة والحساب والموسيقى والفلك.

* كانت تلك المدرسة في مدينة (كزيتون) التي تقع جنوب إيطاليا حيث كانت ذات مركز تجاري هام.

* وكان العنصر الأساسي في تلك الدراسات (العدد) الذي اعتبروه أصل كل الأشياء.

* فقد افترض الفلاسفة والرياضيين عناصر العدد على أنها عناصر كل الأشياء وأن السماء ليست إلا سلماً موسيقياً وعدداً وأن الحياة عدد ونغم.

* ولقد اشتغل بعض العرب في العصور الوسطى بخواص العدد ومن أشهرهم الجماعة الفلسفية المعروفة باسم (إخوان الصفا) التي كانت لهم معتقدات خرافية وغريبة في الأعداد ومن أمثلة ذلك:

- إن الأعداد الأربعة الأولى (١، ٢، ٣، ٤) تمثّل العناصر الأساسية في تكوين الطبيعة وهي النار، الماء، الهواء، التراب.

- ولقد ربط الفيثاغورثيون الأعداد بالهندسة حيث كان للنقطة كيان، والخط المستقيم يتحدد بنقطتين كما يتحدد المستوى بثلاث نقاط. ويتحدد الفراغ بأربع نقط، ولذا فقد افترضوا أن الكون كامناً في هذه الأعداد الأربعة.

- كان الفيثاغورثيون يرتلوا لهذا الرباعي المقدّس بأنشودة يقولون فيها "باركنا أيها العدد السماوي الذي خلق الآلهة والناس" أيها الرباعي المقدّس الذي يشمل أصل هذا الخلق المتدفق إلى الأبد.

* وكان الفيثاغورثيين يتمادون في عملية المناظرة بين الأعداد والأشياء فالأعداد الفردية (مذكرة) والأعداد الزوجية (مؤنثة).

* والعدد واحد ليس واحد في حد ذاته بل هو مصدر كلّ الأعداد.

* كما اتّخذوا العدد (١) رمزاً للتعقّل والعدد (٢) رمزاً للرأي والعدد (٣) رمزاً للقدرة الجنسية والعدد (٤) رمزاً للعدل والعدد (٥) رمزاً للزواج لأنّه تكون من عدد مذكر وأول عدد مؤنّث.

* واعتقد الفيثاغورثيين أنّ أسرار الألوان تعرف من صفات العدد (٥) والبرودة من صفات العدد (٦) وسرّ الصحة في العدد (٧) وسرّ الحب في العدد (٨) الذي هو حاصل جمع العدد (٣) رمز القدرة الجنسية والعدد (٥) الذي هو يرمز للزواج.

* وكان بعض العرب يرون في علم الأعداد نوعاً من القداسة، ولكن هذه القداسة لم تمنعهم من تطبيق الأعداد والرياضيات في شؤون الحياة العملية.

* وكان العرب يقدّمون علم الحساب على سائر العلوم الرياضية، لأنّ علم الحساب اعتبر من مستلزمات علم الفرائض، والشريعة الإسلامية كانت تقضي بتعلّمه على عكس علم الهندسة.

تصنيفات الأعداد

* لقد ميّز الإغريق بين نوعين من دراسة الأعداد وهما:

أ- الأرثيماطيقا **Arithmetic**: وهي دراسة مجرّدة للأعداد وتختصّ بخواص الأعداد والعلاقات بينها وهي أقرب لنظرية الأعداد.

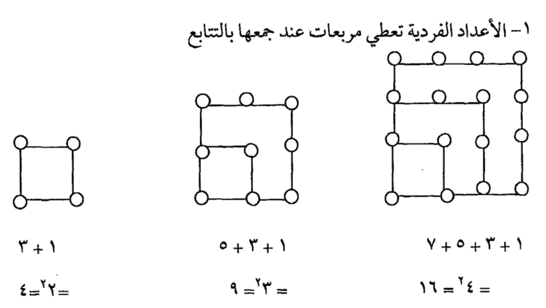
ب- الحساب السوقي **Logistic**: وهي الدراسة المتعلّقة بالاستخدام العملي للأعداد والتي تتضمن إجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة وأطلقوا على ذلك اسم الحساب السوقي.

الأعداد الفردية والأعداد الزوجية

- عرّف الفيثاغورثيين التمييّز بين الأعداد الزوجية والأعداد الفردية من خلال علم الأرثيماطيقا، ومن أشهر الألعاب في عصر أفلاطون (أن يخفي الشخص في إحدى يديه بعض قطع النقود ويسأل عمّا إذا كان في يده عدداً فردياً أو زوجياً من العملات).

- واكتشف الفيثاغورثيين علاقات بين الأعداد منها:

١- الأعداد الفردية تعطي مربعات عند جمعها بالتتابع



٢- ولكن الأعداد الزوجية تعطي مستطيلات عند جمعها

ويتّضح من (١)، (٢) أنّ الفيثاغورثيين قد توصّلوا إلى أنّ:

* مجموع ن من الأعداد الفردية المتتالية بدء من العدد (١) = ن^{٢} ← (١)

* مجموع ن من الأعداد الزوجية المتتالية بدء من العدد (٢)

= ن (ن+١) ← (٢)

الأعداد هندسية الشكل

كان طبيعياً أن يمثل الفيثاغورثيين الأعداد بنقاط (حبات الحصى) تأخذ أشكالاً هندسية منتظمة حسب العدد نفسه ثمّ دراسة خواص الأعداد، ومن أشهر هذه الأعداد ما سمّي بالأعداد المضلّعة وهي التي تمثّل بمضلّع مغلق مثل:

١- الأعداد المثلثة

هي الأعداد التي يمكن تمثيلها بمثلث متساوي الأضلاع مثل:

١، ٣، ٦، ١٠، ١٥، ....

١ = ١

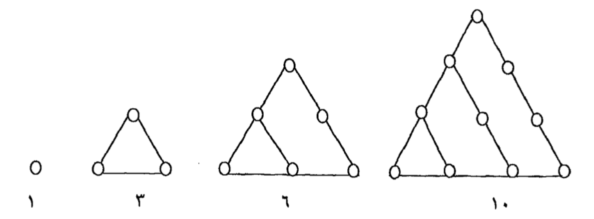
١ + ٢ = ٣

١ + ٢ + ٣ = ٦

١ + ٢ + ٣ + ٤ = ١٠

١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ = ١٥

١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ = ٢١



٢- الأعداد المربعة

هي الأعداد التي يمكن تمثيلها بمربع، فالعدد المربع يساوي مجموع متتابعة من الأعداد الفردية ابتداءً من العدد (١) فمثلاً

$$١ = ١ = ١^{٢}$$

$$١ + ٣ = ٤ = ٢^{٢}$$

$$١ + ٣ + ٥ = ٩ = ٣^{٢}$$

$$١ + ٣ + ٥ + ٧ = ١٦ = ٤^{٢}$$

$$١ + ٣ + ٥ + ٧ + ٩ = ٢٥ = ٥^{٢}$$

ويلاحظ أن أي عدد مربع = مجموع عددين مثلثين متتابعين أي

$$٤ = ١ + ٣$$

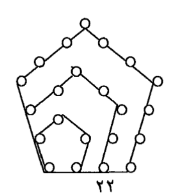
$$٩ = ٣ + ٦$$

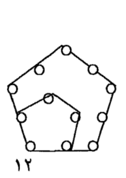
$$١٦ = ٦ + ١٠$$

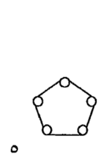
٣- الأعداد المخمّسة

هي الأعداد التي يمكن تمثيلها بخماسي منتظم ومنها

١، ٥، ١٢، ٢٢، ٢٥







ويلاحظ هنا أن العدد المخمس = مجموع عددين إحداهما مثلث والآخر مربع

٥ = ١ + ٤ حيث ١ عدد مثلث، ٤ عدد مربع

١٢= ٣ + ٩ حيث ٣ عدد مثلث، ٩ عدد مربع

٢٢ = ٦ + ١٦ حيث ٦ عدد مثلث، ١٦ عدد مربع

٣٥ = ١٠ + ٢٥ حيث ١٠ عدد مثلث، ٢٥ عدد مربع وهكذا

وقد وضع نيكوماخوس (١٠٠م) جدولاً يبين الأعداد المضلعة نبرز جانباً منه فيما يلي

أعداد مثلثة	١	٣	٦	١٠	١٥	٢١
أعداد مربعة	١	٤	٩	١٦	٢٥	٣٦
أعداد مخمسة	١	٥	١٢	٢٢	٣٥	٥١
أعداد مسدسة	١	٦	١٥	٢٨	٤٥	٦٦
أعداد مسبعة	١	٧	١٨	٣٤	٥٥	٨١
أعداد مثمنة	١	٨	٢١	٤٠	٦٥	٩٦

مع ملاحظة أن:

- العدد المثمن (٨) = العدد المسبع (٧) + العدد المثلث (١)
- العدد المثمن (٢١) = العدد المسبع (١٨) + العدد المثلث (٣)

الأعداد الأولية

عرّف أرسطو وإقليدس العدد الأولي بأنّه العدد الذي لا يقاس بأي عدد آخر.

ولم يعترف الإغريق بالواحد الصحيح على أنه عدد أولي ومن ثمّ فإنّ تعريفهم يقترب من التعريف السائد حالياً وهو:

- **العدد الأولي هو:** عدد صحيح أكبر من الواحد ولا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد الصحيح.

ومن أمثلة الأعداد الأولية ٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩، ....

ويكون العدد الصحيح غير أولي إذا أمكن تحليله إلى عاملين غير الواحد والعدد نفسه مثل: ٤، ٦، ٩، ١٢، ....

وقد وضع أراتوثينيس Eartohshines جدولاً سمي بغربال أراتوثينيس يبين فيه الأعداد الأولية ويبدو جانب منه كما في الشكل التالي:

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠

ويمكن الحصول على الأعداد الأولية بأن نبدأ بأول عدد أولي وهو (٢) ثمّ نحذف كلّ عدد ثاني (٤، ٦، ٨، ١٠، .....) ثمّ نأتي إلى العدد الأولي التالي وهو العدد

(٣) ثم نحذف كل عدد ثالث (٦، ٩، ١٢، .....) ثمّ نأتي بالعدد الأولي التالي وهو (٥) ثم نحذف كل عدد خامس (٥، ١٠، ١٥، ....) وهكذا وهي عملية لا نهائية وذلك لأن عدد الأعداد الأولية لا نهائي.

وقد أثبت إقليدس أن الأعداد الأولية لا نهائية، وذلك بأن افترض أن آخر عدد أولي هو (ن) ثمّ أثبت إنه يوجد عدد أولي أكبر من ن.

كما حاول الكثير من الرياضيين وضع قاعدة للعدد الأولي فمثلاً:

- افترض "فرمات" أن كل عدد بالصورة ($٢^{٢^{ن}}$) + ١ حيث ن عدد صحيح يكون عدداً أولياً ولكن وجد أن قاعدة فرمات صحيحة فقط في حالة ن = (٠، ١، ٢، ٣، ٤).

- كما وضع أويلر قاعدة أخرى وهي $ن^{٢}$ – ن + ٤١ ولكنها تعطي أعداد أولية إلى ن = ٤٠.

الأعداد التامّة

لنتعرّف على العدد التامّ لا بدّ وأن نعرف أولاً مصطلح جديد اسمه القاسم التامّ، والقاسم التامّ لعدد صحيح هو عامل من عوامل العدد بشرط ألاّ يكون العامل هو العدد نفسه، فمثلاً:

القواسم التامّة للعدد ٨ هي (١، ٢، ٤)

القواسم التامّة للعدد ٦ هي (١، ٢، ٣)

القواسم التامّة للعدد ١٢ هي (١، ٢، ٣، ٤)

* ويعرف العدد التامّ بأنّه العدد الذي يساوي مجموع قواسمه التامّة مثال العدد ٦ عدد تامّ لأنّ ٦=١+٢+٣

العدد ٢٨ عدد تامّ لأنّ ٢٨ = ١ + ٢ + ٤ + ٧ + ١٤

** وقد وضع إقليدس النظرية التالية للحصول على أعداد تامّة

احسب المجاميع الجزئية للمتسلسلة

١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ... وهكذا

إذا كان أحد المجاميع عدداً أولياً فاضرب هذا المجموع في الحدّ الأخير للمتسلسلة تحصل على عدد تامّ. فمثلاً ١ + ٢ = ٣ وهو عدد أولي الحد الأخير في المتسلسلة ١ + ٢ هو ٢

إذن العدد التامّ ٣ × ٢ = ٦ وهو عدد تامّ

مثال آخر ١ + ٢ + ٤ = ٧ وهو عدد أولي

الحدّ الأخير في هذه المتسلسلة هو ٤

إذن العدد التامّ هو ٧ × ٤ = ٢٨ وهو عدد تامّ وطبقاً لهذه القاعدة فإنّنا نحصل على الأربعة أعداد الأولى وهي

(٦، ٢٨، ٤٩٦، ٨١٢٨)

وسوف نجد أن العدد التام الخامس هو (٣٣٣٥٥٠٣٣٦) وفي عام ١٩٦١ تمّ الحصول على العدد التامّ رقم ٢٠ وهو مكوّن من ٢٦٦٣ رقم.

الأعداد الناقصة

العدد الناقص هو العدد الذي يكون مجموع قواسمه أقلّ منه.

فالأعداد ٨ ، ٩ ، ٢٧ أعداد ناقصة لأن

١ + ٢ + ٤ < ٨

١ + ٣ > ٩

١ + ٣ + ٩ > ٢٧

- الأعداد الزائدة

العدد الزائد هو العدد الذي يكون مجموع قواسمه أكبر منه فمثلاً الأعداد ١٢، ١٨، ٢٠، ٢٤، ٣٠، ٣٦ أعداد زائدة لأنّ

١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٦ > ١٢

١ + ٢ + ٣ + ٦ + ٩ > ١٨

وأول عدد زائد فردي هو ٩٤٥

- الأعداد المتحابّة

يقال لعددين ما إنهما متحابان إذا كان مجموع القواسم التامّة لأيّ منهما يساوي الآخر.

- مثال

العددان ٢٢٠، ٢٨٤ عددان متحابان لأنّ

القواسم التامّة للعدد ٢٢٠ هي (١، ٢، ٤، ٥، ١١، ١٠، ٢٠، ٢٢، ٤٤، ٥٥، ١١٠)

مجموع القواسم = ٢٨٤

ومجموع قواسم ٢٤٨ التامّـة = ١ + ٢ + ٤ + ٧١ + ١٤٢ = ٢٢٠ وقـد توصّـل أويلر عام ١٧٤٧ إلى ٦٠ زوجاً من الأعداد المتحابّة، كما توصل "نيكـولاي" وهـو في سن السادسة عشرة إلى أن العددين ١١٨٤، ١٢١٠ عددان متحابان.

ومن أزواج الأعداد المتحابّة المعروفة

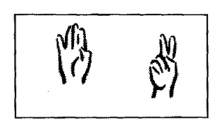
(٢٦٢٠، ٢٩٢٤)، (٥٠٢٠، ٥٥٦٤)، (٦٢٣٢، ٦٣٦٨)

العمليات الحسابية ومزيد من الأعداد

نشأ العمل الحسابي عن الحاجات الأساسية لحياة البشر مثل حساب ممتلكاتهم ومبادلتهم التجارية وتقسيم الأراضي والحسابات الفلكية المرتبطة بالمواسم الزراعيّة.

ففي مصر القديمة كان فيضان النيل بالغ الأهميّة، فاحتاج المصريون إلى تحديد موعد بداية غمر الأرض بالماء وربط ذلك بحركات النجوم في السماء واستخدم المعداد في أوروبا لإجراء العمليات الحسابية كما استخدمت أصابع اليدين للتعبير عن الأعداد

مثال: إيجاد ناتج ٧ × ٩ باستخدام الأصابع يتبع الآتي



٧ – ٥ = ٢ نرفع إصبعين ونطوي ثلاثة

٩ – ٥ = ٤ نرفع أربع أصابع ونبقي إصبع واحد مطوي

مجموع الأصابع المرفوعة = ٢ + ٤ ونضرب × ١٠ يكون الناتج ٦٠

حاصل ضرب الأصابع المطوية = ٣ × ١ وتعطي ٣

يكون الناتج ٣ + ٦٠ = ٦٣ وهو حاصل الضرب المطلوب

– تمرين: احسب ناتج ٨ × ٧ بطريقة الأصابع

بعض الطرق التاريخية لإجراء العمليات الحسابية

❖ عملية الجمع

مثال (١) الطريقة الرومانية القديمة

لجمع عددين مثل ٧٧٧ + ٢١٦ كانت تجري على النحو التالي

يستعين الطالب برموز الأعداد الرومانية وهي:

I= ١, V=٥, X=١٠, L=٥٠, C=١٠٠, D=٥٠٠, M=١٠٠٠

ثمّ يتمّ التعويض كما يلي:

DCCLXXVII	٧٧٧
CCXVI	٢١٦ +
DCCCCLXXXVVIII	٩٩٣

ويمكن كتابة النتيجة مختصرة CMXCIII

حيث CM تعني ٩٠٠ (١٠٠٠–١٠٠)، XC تعني ٩٠ (١٠٠–١٠)

مثال (٢) طريقة هندية

إيجاد جمع ٢، ٥، ٣٢، ١٩٣، ١٨، ١٠، ١٠٠ على الطريقة الهندية

مجموع الآحاد هو = ٢، ٥، ٢، ٣، ٨، ٠، ٠ = ٢٠

مجموع العشرات = ٣، ٩، ١، ١، ٠ = ١٤

مجموع المئات = ١، ٠، ١ = ٢

مجمع المجاميع = ٣٦٠

وكان الهنود أحياناً يجمعون من اليسار إلى اليمين ثم يقومون بتعديل المجاميع كلما احتاج الأمر ذلك مثل

٦٥٣٩

٣٢٨٦

٩٧١٥

٨٢

أي أن ٦٥٣٩ + ٣٢٨٦ = ٩٨٢٥

مثال (٣) الطريقة العربية

كان العرب يكتبون المجموع في معظم الأحيان أعلى الأعداد المجموعة كما كانوا يستخدمون مجموع الأرقام لتحقيق صحة الناتج

مثال اجمع ٥٦٨٧ + ٢٣٤٣

المجموع ←

٨٠٣٠	٢
٥٦٨٧	٨
٢٣٤٣	٣

والعمود الأخير يوضح طريقة التحقيق بجمع أرقام كلّ عدد

بالنسبة للعدد ٥٦٨٧ يكون ٧ + ٨ + ٦ + ٥ = ٢٦، ٦ + ٢ = ٨ ← (١)

بالنسبة للعدد ٢٣٤٣ يكون ٣ + ٤ + ٣ + ٣ = ١٢، ٢ + ١ = ٣ ← (٢)

بالنسبة للعدد ٨٠٣٠ يكون ٠ + ٣ + ٠ + ٨ = ١١، ١ + ١ = ٢ ← (٣)

ومن (١) ، (٢) نجد أن مجموع العددين = ٨ + ٣ = ١١، ١ + ١ = ٢

وهذا يتفق مع (٣) أو مجموع أرقام العددين= مجموع أرقام الناتج وهذه القاعدة ليست صحيحة دائماً.

طريقة عربية أخرى

استخدم العرب طريقة أخرى وكانوا يكتبون فيها مجموع كل عمود منفصلاً ثمّ تجمّع المجاميع. كما كانت الأعداد الأكبر تكتب من أعلى وكانوا يضعون نقاط لبيان عملية الحمل من خانة لأخرى والمثال التالي يبين جمع كل عمود على حدة

٨٣٧٩ ٩٦٨ ٣٤
٢١ ١٦ ١٢ ٨
٩٣٨١

عملية الطرح

وهي طريقة الطرح من عشرة والتكملة: وتعتمد هذه الطريقة على المبدأ التالي

أ – ب = أ + (١٠ – ب) – ١٠

فمثلاً عند طرح ١٢ – ٧ نقول

١٠ – ٧ = ٣، ٢ + ٣ = ٥، فيكون ١٢ – ٧ = ٥

مثال اطرح ٤٣٢ – ٢٨٧ لإجراء هذه العملية نسير كالتالي:

٤٣٢
٢٨٧
١٤٥

(أ) ٢ – ٧ لا يصحّ، نستلف ١ من خانة العشرات

١٠ – ٧ = ٣، ٣ + ٢ = ٥ توضع في الناتج

(ب) الخانة الثانية ٣ أصبحت ٢ لأننا استلفنا منها ١

٢ – ٨ لا يجوز، نستلف ١ من خانة المئات

١٠ – ٨ = ٢، ٢ + ٢ = ٤ توضع في الناتج

(ج) الخانة الثالثة ٤ أصبحت ٣ لأننا استلفنا منها ١

٣ – ٢ = ١ توضع في الناتج

<u>طريقة أخرى للطرح</u> الاستلاف والإضافة إلى العدد المطروح منه

مثال: اطرح ٢١٢٢ – ١١٣٤

٢١٢٢
١١٣٤
٠٩٨٨

ويسير الحلّ في الخطوات التالية:

أ- ٢ – ٤ لا يصح نستلف ١ من خانة العشرات ٢

ونرده إلى خانة

العشرات في العدد السفلي لتصبح ٤

ويكون ١٢ – ٤ = ٨ توضع في الناتج

ب- ٢ – ٤ لا يصحّ نستلف ١ من خانة المئات ١ ونرده إلى خانة المئات في العدد السفلي لتصبح ٢

ويكون ١٢ – ٤ = ٨ توضع في الناتج

جـ - ١ – ٢ لا يصحّ نستلف ١ من خانة الآلاف (٢) ونرده إلى خانة الآلاف في العدد السفلي لتصبح ٢ ويكون ١١ – ٢ = ٩ وتوضع في الناتج

د- ٢ – ٢ = صفر

الطرح من اليسار إلى اليمين

مثال

اطرح ٥٦٢٥ – ٨٣٩ يسير الحلّ في الخطوات التالية

أ-	٥٦٢٥ – ٨٣٩	٥٦ – ٨ = ٤٨
ب-	٤٨٢٥ – ٣٩	٨٢ – ٣ = ٧٩
جـ-	٤٧٩٥ – ٩	٩٥ – ٩ = ٨٦
	٤٧٨٦	وهو باقي الطرح

ثالثا: عملية الضرب

عمليــة الضرب مرتبطــة بعمليــة الجمــع باعتبــار أنّ الضرــب جمــع متكــرّر ومضاعفات للأعداد الصحيحة.

❖ الضرب عند قدماء المصريين

١٧	١ مرة	١٧ × ١ = ١٧
٣٤	٢ مرة	١٧ × ٢ = ٣٤
٦٨	٤ مرة	٣٤ × ٢ = ٦٨
١٣٦	٨ مرة	٦٨ × ٢ = ١٣٦
٢٥٥	١٥ مرة	وقد تمّ الحصول على الناتج ٢٥٥ من جمع ١٧+ ٣٤ + ٦٨ + ١٣٦

الضرب عند قدماء المصريين اعتمد على عملية التضـعيف وجمـع المضـاعفات ولقد ورد ذلك في بردية "رانيد".

مثال (١) ١٧ × ١٥ = ٢٥٥

وخلاصة القول أنّ العدد ١٧ تكرّر عدّة مرّات قدرها ١٥ مرّة

- في بعض الأحيان كان القدماء المصريّون يكـرّرون العـدد ١٧ عـدّة مـرّات قدرها ١٦ ثمّ يطرحون من الناتج ١٧ كما يلي:

١٧	١ مرة
٣٤	٢ مرة
٦٨	٤ مرة
١٣٦	٨ مرة
٢٧٢	١٦ مرّة
١٧-	- ١ مرة
٢٥٥	١٥ مرة

الضرب عند الرومان

١- طريقة المعداد

لم يحتاج المعداد إلى رمز للصفر وكانت عملية الضرب تتمّ في جدول يشبه لوحة الشطرنج ويتّضح ذلك من المثال التالي:

- أضرب ٤٦٠٠ x ٢٣

	CM مئات الآلاف	XM عشرات الآلاف	M آلاف	C مئات	X عشرات	I آحاد
٤٦٠٠			٤	٦		
٣×٦			١	٨		
٢×٦		١	٢			
٣×٤		١	٢			
٢×٤		٨				
حاصل الضرب	١		٥	٨		
×٢٣					٢	٣

وبذلك يكون ٤٦٠٠ × ٢٣ = ١٠٥٨٠٠ ونلاحظ في الجدول وجود أماكن خالية للصفر نلاحظ أنّ المضروب فيه (٢٣) يكتب في أسفل الجدول.

٢- طريقة الضرب التصالبي

وهي نفس الطريقة التي تستخدم الآن في ضرب المقادير الجبرية، ولقد استخدمها باسيولي (١٤٩٤م)

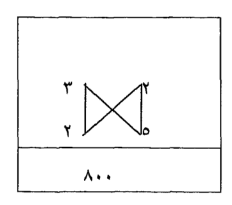
مثال إضرب ٣٢ × ٢٥ ويتمّ ذلك كما يلي:

ضرب ٥ × ٢ = ١٠ ثمّ ٥ × ٣٠ = ١٥٠

ضرب ٢٠ × ٢ = ٤٠ ثمّ ضرب ٢٠ × ٣٠ = ٦٠٠

ثمّ الجمع المباشر لهذه النواتج ١٠ + ١٥٠ + ٤٠ + ٦٠٠ = ٨٠٠

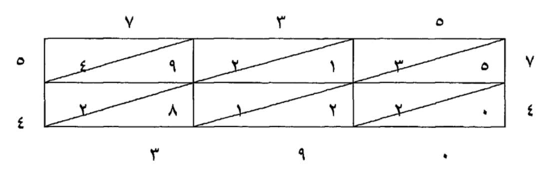
ويقال أن رمز الضرب (×) يرجع في الأصل إلى هذه الطريقة



٣- طريقة الشبكة

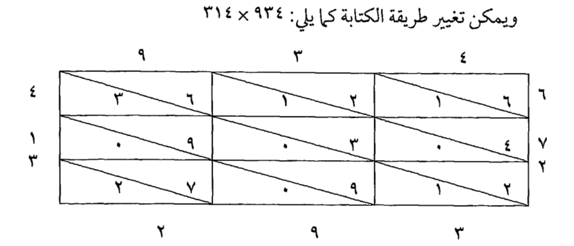
وهذه الطريقة كانت مستخدمة من قبل الكثير من الهنود والعرب والصينيون والأوربيون.

<u>مثال (١)</u> أضرب ٧٣٥ × ٧٤



أي أنّ ناتج الضرب ٧٣٥ × ٧٤ = ٥٤٣٩٠

ويمكن تغيير طريقة الكتابة كما يلي: ٩٣٤ × ٣١٤



ومع مراعاة النواتج الناشئة عن حواصل الجمع القطرية خارج الشبكة نجد أنّ

٩٣٤ × ٣١٤ = ٢٩٣٢٧٦

٤- طريقة التجزيء

واستخدمت هذه الطريقة عند الإغريق والعرب يتمّ فيها البدء من اليسار إلى اليمين

	٢	٦	٥
	١	٤	٣
١٠٠×	٢٠٠٠٠	٦٠٠٠	٥٠٠
٤٠×	٨٠٠٠	٢٤٠٠	٢٠٠
٦×	٦٠٠	١٨٠	١٥
= ٣٧٨٩٥	٢٨٦٠٠	٨٥٨٠	٧١٥

مثال ٢٦٥ × ١٤٣

وتجدر الإشارة إلى أنّه كان من المتّبع استخدام جداول الضرب المعدّة مسبقاً للاستعانة بها في إجراء الضرب للأعداد الكبيرة.

عملية القسمة

تعتبر عملية القسمة أكثر العمليات الحسابية صعوبة وكانت دائماً من أكثر العمليات التي يتمّ التدريب عليها لمن يعملون في التجارة والحساب بصفة عامّة.

وقديماً قال "باسيولي" عام (١٤٩٤م) إذا استطاع الشخص أن يكون ماهراً في إجراء عملية القسمة فإنّ كل شيء آخر يكون سهلاً عليه لأنّه متضمن فيها.

* وعلينا أن نذكر أن جمع وطرح الأعداد الصحيحة كان يدرس في القرن الخامس عشر الميلادي في جامعات أوروبية قليلة، وأنّه من كان يريد دراسة عمليات الضرب أن يتقدّم إلى أرقى الجامعات الإيطالية في ذلك الوقت، وأنّ قسمة الأعداد الصحيحة كانت تخصّصاً رفيعاً في الجامعات، وكان هذا منذ خمسمائة عام فقط، وكان كتاب الجبر والمقابلة كتاب يخصّ كبار العلماء فقط.

طريقة القدماء المصريين

وكانت طريقة القدماء المصريين في القسمة تعتمد على التضعيف والتصنيف ويتّضح ذلك من المثال التالي:

أقسم ١٩ ÷ ٨ نبحث عن عدد يضرب في ٨ بحيث يكون الناتج ١٩

٨	١	
١٦	٢ ←	٨ × ٢ = ١٦
٤	$\frac{1}{2}$	
٢	$\frac{1}{4}$ ←	٨ × $\frac{1}{4}$ = ٢
١	$\frac{1}{8}$ ←	٨ × $\frac{1}{8}$ = ١
١٩	$2\frac{3}{8}$	خارج القسمة

وذلكَ أنّ ١٩ = ١٦ + ٢ + ١ يقابلها نواتج القسمة ٢ + $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{8}$

القسمة بطريقة جربرت

مثال (٢) وهي شبيهة بطريقة القسمة المطولة المستخدمة الآن

أقسم ٩٠٠ ÷ ٨ تجري العملية بوضع ٨ = ١٠ – ٢

المقسوم عليه	المقسوم	الناتج
١٠–٢	٩٠٠	٩٠ + ١٨ + ٣ + ١ + $\frac{4}{8}$

١٨٠ – ٩٠٠

١٨٠

٣٦ – ١٨٠

٣٦

٣٠ – ٦ الباقي

٦ + ٦ = ١٢

١٠ – ٢

٢ + ٢ = ٤

ناتج القسمة = ٩٠ + ١٨ + ٣ + ١ + $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ 112

التقويم الذاتي

١– عرّف ما يلي مع ذكر مثال عددي:

* العدد التــامّ
* العدد الناقص
* الأعداد المتحابّة
* الأعداد المثلّثة

٢– أ– أوجد حاصل ضرب ٤٣٢ × ٣٥ بطريقة الشبكة

ب– أقسم ١٩ ÷ ٨ بطريقة قدماء المصريين

الفصل الرابع
نشأة علم الجبر

الحضارات القديمة.

* الجبر عند قدماء المصريين.
* الجبر عند البابليين.
* الجبر عند الإغريق.
* الجبر عند العرب.

- أمثلة للأنشطة الجبرية عند العرب.

الفصل الرابع
نشأة علم الجبر

الحضارات القديمة

مقدّمـة

على الرغم من التقدّم الذي نالته نظرية الأعـداد عـلى يـد الفيثـاغورثيين، وفي مدرسة الإسكندرية إلاّ أنّ علم الجبر كعلم مستقلّ لم يتقـدّم في الحـضارات القديمـة (الفرعونيّة- البابليّة- اليونانية- إلخ) ويرجع السبب في ذلك إلى أنّ تقدّم علم الجبر كان مرهوناً بضرورتين هما:

١- وجود لغة اصطلاحيّة (رمزية) بسيطة يمكن بها تبسيط العمليات والمسائل.

٢- وجـود واكتـشاف الـصفر وتطـوّر مفهـوم العـدد ليـشمل الأعـداد الطبيعيـة والصحيحة والنسبيّة.. إلخ.

ويرى المـؤرّخ نيـسيلمان (Nesselman) أنّ تـاريخ الجـبر ينقـسم إلى ثـلاث مراحل

١- مرحلة الصور الكلاميّة:

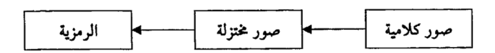
وكانت تكتب فيها المسائل الجبرية وحلولها بكلمات وألفاظ.

٢- مرحلة الصور المختزلة:

وكانت الحلول تكتب فيها بكلمات مختصرة أو مختزلة.

٣- المرحلة الرمزية:

وهي مرحلة استخدام الرموز في الحلول استخداماً كاملاً.



وفي هذه المراحل الثلاثة لا توجد فواصل أو حدود تفصل بينها حيث أنها كانت تتداخل في بعض الأحيان.

وكان حلّ المعادلات يتم بطرق حسابية أو هندسية عند قدماء المصريين والبابليين والإغريق والهنود...الخ، وكانت المسائل والحلول في معظمها لفظية كلاميّة تعتمد على الحساب العقلي أو الصور الهندسية ثمّ قام العرب بوصف بعض المسائل الجبرية واستخدموا الصور الهندسية والكلمات المختصرة (نصف رمزية) حيث كان يرمز للمال بالرمز (س) وللجذر بالرمز (ش) ولكن استخدام الرموز استخداماً عاماً والتعبير عن المعادلات بصور رمزية مجردة مثل: **أس^{٢} + ب س+ جـ = صفر** لم يكتمل إلا في القرن السابع عشر الميلادي على يد رياضيين مثل (فيتا- هاربورت- ديكارت) وهذا هو القرن الذي يعتبره بعض المؤرّخين الغربيين بداية الجبر كعلم رمزي. وأصل تسمية هذا العلم بالجبر يعود إلى الكلمة العربيّة "الجبر" وهي تعني لغوياً في معجم مختار الصحاح **"أن تغني الرجل من فقر أو أن تصلح عظمه من كسر"**، وفي المعجم الوجيز **"أصلح شؤونه وعطف عليه وكفاه حاجته"**.

وكان أول من استخدم كلمة الجبر هو "محمد بن موسى الخوارزمي" الذي ولد في خوارزم وأقام في بغداد في القرن التاسع الميلادي في عصر الخليفة المأمون.

وقد ألف الخوارزمي كتاباً سمّاه "الجبر والمقابلة" أوضح فيه طرق حلّ المعادلات فكان بذلك أول من اعتبر الجبر علماً مستقلاً عن الحساب.

ويعني الجبر عند الخوارزمي أنّه عند حلّ المعادلة ٤س+٣أ= س^{٢}+٤ – أ

مثلاً أن الطرف ذو الاستثناء يكمل ويزاد على الطرف الآخر فنضيف (أ) إلى الطرفين فتصبح المعادلة ٤س + ٤أ = س^{٢} + ٤

أما المقابلة فتعني إسقاط الحدود المتساوية في الطرفين، وجميع الحدود المتشابهة فتصبح المعادلة: ٤أ = س^{٢}

الجبر عند القدماء المصريين:

إنّ عملاً ضخماً مثل بناء أهرامات الجيزة بهذا الإتقان لا بدّ أن يحمل بين طيّاته مهارات رياضية فائقة كان قدماء المصريين يمتلكونها فيُقال أنّ القاعدة المربعة للهرم الأكبر تحوي غطاء نسبي يقلّ عن ١/ ١٤٠٠٠ والخطأ النسبي في الزوايا عند الأركان لا يزيد عن ١/ ٢٧٠٠٠، كما يشهد على هذه الدقة آثاراً عديدة أخرى مثل المعابد والمسلات.

وتعتبر بردية "رانيد" التي كتبها الرياضي المصري القديم أحمس والتي يطلق عليها "كتاب أحمس أو قرطاس أحمس" أول وثيقة رياضية مكتوبة تتضمن معالجات منظمة في أبواب اشتملت على العد وكتابة الأرقام، وقواعد العمليات الحسابية الأربعة، والكسور، والمربع، والجذر التربيعي، وحل معادلات من الدرجة الأولى والثانية وبعض المتواليات، ومسائل هندسية، وقد تضمنت الأعمال الرياضية بعض الرموز، وكانت السمة الغالبة على حلّ المعادلات عند قدماء المصريين هي استخدام تقدير أولي للمجهول ثمّ تصحيح القيمة الافتراضيّة بما يتّفق مع معطيات المسألة، وكانت المسائل كلّها لفظيّة وذات طبيعة عمليّة (تطبيقية) ومن المسائل المصرية القديمة: **كومة إذا أُضيف إليها سبعة أصبحت ١٩** وكان "أحمس" يُسمّي المجهول كومة وقد ورد حلّ هذه المسألة في كتاب أحمس كما يلي:

لتكن هذه الكومة ٧

١ ــــ يعطي ← ٧

$\frac{١}{٧}$ ــــ يعطي ← ١

$١\frac{١}{٧}$ ــــــ ← ٨ بالجمع معاً

كم ٨ في ١٩ وهنا يبحث عن عدد المرّات التي يضاعف بها العدد ٨ حتّى يحصل على العدد ١٩

* ١	يعطي	٨	
* ٢	تُعطي	١٦	← تضعيف العدد ٨
* $\frac{١}{٢}$	يعطي	٤	تنصيف العدد ٨
* $\frac{١}{٤}$	يعطي	٢	←
* $\frac{١}{٨}$	يعطي	١	←
٢، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$	تعطي	١٩	←

الكومة تصبح ٢، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$ مرات من العدد ٨

١ يعطي	٢، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$	
٢ تعطي	٤، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٤}$	تضعيف
٤ تعطي	٨، ١، $\frac{١}{٢}$	تضعيف
٧ تعطي	١٦، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٨}$	وهذه النتيجة

وبذلك تكون الكومة المطلوبة تساوي ١٦، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٨}$، أي $\frac{٥}{٨}$ ١٦

ويلاحظ هنا افتقار القدماء المصريين إلى رموز سهلة للأعداد والمتغيرات هو الذي جعل الحلّ طويلاً ومعقداً إذا قورنت بطريقة الحلّ الآن.

$$س + \frac{١}{٧} س = ١٩$$

$$\frac{٨}{٧} س = ١٩ \text{ ومنها } س = \frac{١٩ \times ٧}{٨} = \frac{٥}{٨} ١٦$$

ومن المسائل الطريفة التي وردت في برديّة "رانيد" المسألة التالية

عزبة بها ٧ منازل وفي كل منزل ٧ قطط وكلّ قطّة أكلت ٧ فئران وكل فأر أكل ٧ سنابل من القمح وكلّ سنبلة كانت تحمل ٧ وزنات من الحبوب، كم كان مجموع كلّ ما في العزبة من منازل وقطط وفئران وسنابل ووزنات الحبوب.

- وظهرت مسألة أخرى تؤول في حلّها إلى معادلات من الدرجة الثانية.

- قسّم ١٠٠ وحدة مربّعة إلى مربعين بحيث أن طول ضلع أحد هذين المربعين يساوي $\frac{٣}{٤}$ طول الضلع الآخر وكان الحلّ كالآتي:

ليكن طول المربع ١ والآخر $\frac{٣}{٤}$

$$١ = \frac{٣}{٤}$$

$$١ = \frac{٩}{١٦} \quad \text{بالتربيع}$$

$$١ + \frac{٩}{١٦} = \frac{٢٥}{١٦} \quad \text{بالجمع}$$

- بأخذ الجذر التربيعي نحصل على $\frac{٥}{٤}$

- الجذر التربيعي للعدد الأصلي ١٠ فيقسم ١٠ ÷ $\frac{٥}{٤}$ = ٨

يكون طول ضلع المربع الأول ٨

يكون ضلع المربع الثاني $\frac{٣}{٤} \times ٨ = ٦$

أي أن يكون المربعين المطلوبين يكونان ٦٤، ٣٦

ويرى بعض المؤرخين أن بردية أحمس تتضمن إدراكاً لقانون الإبدال في الأعداد حيث كان أحمس يميز بين حاصل الضرب مثل أ ب وحاصل الضرب ب أ كما أنها تضمّنت قانون التوزيع.

وبالإضافة لذلك فإنّ بردية موسكو احتوت على مثال عددي يدل حلّه الموجود في البردية على دراية الرياضي المصري قبل ٤٠٠٠ عام بقانون حجم الهرم الناقص ذي القاعدتين المربعتين والذي نصّه:

$$ح = \frac{١}{٣} ع \left(أ^{٢} + أب + ب^{٢}\right) \longleftarrow (١)$$

حيث ع ارتفاع الهرم، أ طول ضلع إحدى القاعدتين المربعتين، ب طول ضلع القاعدة الأخرى، وكانت المسألة كما يلي:

إذا أخبرت أن هرماً ناقصاً ارتفاعه الرأسي ٦ وضلعه ٤ في القاعدة، ٢ في القمّة فإنّ عليك أن توجد مربع هذه الربعة فيكون الناتج ١٦ وعليك أن ٤ فينتج ٨. وعليك أن توجد مربع ٢ فيكون ٤، أجمع ما حصلت عليه ١٦، ٨، ٤ ينتج ٢٨، خذ $\frac{١}{٣}$ الارتفاع ٦ ينتج ٢، ضاعف ٢٨ ينتج ٥٦.

وبتطبيق القانون (١) نجد أن حجم الهرم المعطي

$$ح = \frac{١}{٣} \times ٦ [(٤)^٢ + (٤)(٢) + (٢)^٢] = ٢ (١٦ + ٨ + ٤) = ٢ \times ٢٨ = ٥٦$$

الجبر عند البابليين

دلّت الآثار والوثائق واللوحات التي تعود إلى حوالي ٢٠٠٠ عام ق.م على تقدّم البابليين في الرياضيات وأظهرت هذه اللوحات أن الأعمال الحسابية عند البابليين كانت تصل إلى مرحلة جبرية ناضجة وإن كانت بالصورة اللفظية والكلاميّة وظهرت في اللوحات المصنوعة من الصلصال الأمثلة العديدة ذات الطبيعة الجبرية.

١- أمثلة تدل على قدرة حسابية جيدة في إيجاد الجذور التربيعية فقد وجد عندهم أنّ

$$\sqrt{٢} = \frac{١٧}{١٢} ، \qquad \frac{١}{\sqrt{٢}} = \frac{١٧}{٢٤}$$

$$\sqrt{٢} = ١ + \frac{٢٤}{٦٠} + \frac{٥١}{(٦٠)^٢} + \frac{١٠}{(٦٠)^٣}$$ لاحظ النظام الستيني

$$= ١.٤١٤٢١٣$$

٢- كما وجدت جداول لحساب الأرباح المركبة:

فقد وجدت جداول لقوى الأعداد من ١ إلى ١٠ يمكن بواسطتها حلّ معادلات من صورة (أ)^{ن}= ب

٣- كما وجدت لوحة تشتمل على الأعداد في شكل ثلاثيات والتي تكون مثلثات قائمة الزوايا والتي عممها الإغريق في نظرية فيثاغورث بعد هذه اللوحة بحوالي ١٠٠٠ عام ومن بين الثلاثيات التي ظهرت

(١٢٠، ١١٩، ١٦٩)، (٧٢، ٦٥، ٩٧)، (٦٠، ٤٥، ٧٥)، (٢٧٠٠، ١٧٧١، ٣٢٢٩)

لاحظ أنّ مربع العدد الأكبر في كلّ من هذه الثلاثيات يساوي مجموع مربعي العددين الآخرين.

٥- أوضحت هذه اللوحات أيضاً طريقة حلّ المعادلات من الدرجة الثانية

مثال:

طول وعرض، إذا ضرب الطول في العرض كانت المساحة ٢٥٢، وإذا جمع الطول والعرض كان الناتج ٣٢، أوجد الطول والعرض.

جاء الحلّ في الخطوات التالية:

المجموع = ٣٢ المساحة = ٢٥٢

نصف المجموع = ١٦ مربّع الناتج = (١٦)^{٢} = ٢٥٦

الفرق بين مربع الناتج والمساحة = ٢٥٦-٢٥٢ = ٤

الجذر التربيعي للفرق = $\sqrt{٤}$ = ٢

أضف نصف المجموع ينتج الطول = ١٦ + ٢ = ١٨

أطرح نصف المجموع ينتج العرض = ١٦ – ٢ = ١٤

ومن الواضح أنّ البابليين كانوا على دراية بالمتطابقة الجبرية التالية:

$\left(\frac{\text{س - ص}}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{\text{س + ص}}{٢}\right)^{٢}$ – س ص، وذلـــــك لأنّ

خطواتهم كانت تهدف للحصول عـلى نـصف الفـرق بـين الطـول والعـرض وهـو

$\frac{\text{س - ص}}{٢}$ ثمّ حلل ذلك مع نـصف مجمـوع الطـول والعـرض بـالجمع والطـرح

ويفسّر هذا الحلّ في ضوء الطريقة المعاصرة

نفرض أن الطول = س ، والعرض = ص

س + ص = ٣٢

س ص = ٢٥٢

وحيث أنّ $\left(\frac{\text{س - ص}}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{\text{س + ص}}{٢}\right)^{٢}$ – س ص

$(١٦)^{٢}$ – ٢٥٢ = ٤

$\frac{\text{س + ص}}{٢}^{٢}$ = ١٦ ⟸ (١)

$\frac{\text{س}}{٢} + \frac{\text{ص}}{٢}$ = ١٦ ⟸ (٢)

$\frac{\text{س - ص}}{٢}$ = ٢ ⟸ (٣)

$\frac{\text{س}}{٢} - \frac{\text{ص}}{٢}$ = ٢ ⟸ (٤)

من (٢)، (٤) بالجمع س = ١٨، بالطرح ص = ١٤

ويعتقد بعض المؤرّخين أن البابليين عرفوا العلاقة التي تربط بين مجموع مكعّبات الأعداد ومربّع مجموعها أي العلاقة التالية:

$$١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ + ٤^٣ + ... + ن^٣ = (١ + ٢ + ٣ + ٤ + ... + ن)^٢$$

$$١^٣ + ٢^٣ = ٩$$

$$(١ + ٢)^٢ = ٩$$

كذلك $١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ = ١ + ٨ + ٢٧ = ٣٦$

$(١ + ٢ + ٣)^٢ = (٦)^٢ = ٣٦$ .... وهكذا

الجبر عند الإغريق

اتّجهت الحضارات السابقة للحضارة الإغريقية في دراستها للرياضيات اتجاهاً علمياً تطبيقياً مبني على المحاولة والخطأ والتجريب العددي ولكن الرياضيات عند الإغريق كان اتجاهاً نظرياً حيث قام الرياضيون الإغريق بوضع التعميمات والبرهنة عليها منطقياً.

فيرى المؤرّخين أنّ النصف الأول من القرن السادس قبل الميلاد شهد مولد الهندسة النظرية على يد طاليس، ولكن الجبر لم يتقدّم كثيراً على يد الإغريق، ويرجع ذلك لاهتمامهم بالهندسة إلى الدرجة التي أصبح فيها الجبر عند الإغريق هو جبر هندسي فالعدد عندهم مساحة والجذر التربيعي هو طول ضلع المربع.

ولقد تمثّلت الأنشطة الجبرية عند الإغريق فيما يلي:

١- ثلاثيات فيثاغورث

أوجد الإغريق قواعد لإيجاد ثلاثيّات من الأعداد بحيث تكون أطوالاً لمثلثات قائمة الزوايا أي أنّهم أوجدوا بعض القواعد للحصول على أعداد أ، ب، جـ

بحيث $أ^{٢} + ب^{٢} = جـ^{٢}$.

فمثلاً: أ = م حيث م أي عدد فردي

فإنّ $ب = \frac{م^{٢} - ١}{٢}$ ، $جـ = \frac{م^{٢} + ١}{٢}$ وذلك لأنّ

$$م^{٢} + \left(\frac{م^{٢} - ١}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{م^{٢} + ١}{٢}\right)^{٢}$$

فإذا أخذنا أ = ٣ فإنّ

$$ب = \frac{م^{٢} - ١}{٢} = \frac{٩ - ١}{٢} = ٤$$

$$جـ = \frac{٣^{٢} + ١}{٢} = \frac{٩ + ١}{٢} = ٥$$

فإنّ ٣، ٤، ٥ أضلاع المثلّث

ومن القواعد الجبرية الأخرى التي وضعها الفيثاغورثيون ليكن أ = ٢م فتكون $ب = م^{٢} - ١$

$جـ = م^{٢} + ١$ وفي هذه الحالة تكون م فردية أو زوجية فمثلاً

م = ٤

أ = ٢ م = ٨

ب = م^{٢} – ١ = ١٦ – ١ = ١٥

جـ = م^{٢} + ١ = ١٦ + ١ = ١٧

إذن ٨، ١٥، ١٧ تكون أضلاع مثلث قائم الزاوية لأنّ

(٨)^{٢} + (١٥)^{٢} = (١٧)^{٢}

٢- المعادلات السيالة

المقصود بذلك هي المعادلات التي تشتمل على أكثر من متغير والتي يكون لها عدد غير محدد من الحلول مثل س + ص = ١٠، حيث نجد عدد لا نهائي من الأزواج المرتبة (س، ص) تحقق المعادلة مثل (٦، ٤)، (٤، ٦)، (-١، ١١) ...

ومن أوائل المعادلات السيالة والتي كان يطلق عليها أيام الإغريق المعادلات غير المحددة

المعادلة التالية س^{٢} + ص^{٢} = ع^{٢}، وهي التي تعطينا ثلاثيات فيثاغورث مثل (٣، ٤، ٥)، (٥، ١٢، ١٣) ....

ويعتبر "ديوفانتس" (حوالي ٢٧٥ ميلادية) من أبرز دارسي هذا النوع من المعادلات حتّى أنها تسمّى أحياناً بالمعادلات الديوفانتية وممّا ينسب إلى ديوفانتس أيضاً أنّه يعتبر أول من حاول دراسة الجبر دراسة منفصلة عن الحساب كما إنه استخدم الاختزال في التعبير عن المعادلات حيث استخدم حروفاً من كلمات إغريقية للدلالة عن المجهول وعلى ما نسمّيه الآن س^{٣}، س^{٢} كما استخدموا رمزاً للطرح.

ولا يعرف الكثير عن ديوفانتس. ولكن إحدى الأحاجي تحدد العمر الذي مات عنده ديوفانتس وتقول الأحجية.

ما معناه

"هنا يرقد ديوفانتس

حباه الله طفولة تساوي $\frac{١}{٦}$ عمره

وبلغ مرحلة الشباب بعد ذلك بـ $\frac{١}{١٢}$ من عمره

وتزوّج بعد ذلك بزمن يبلغ سبع عمره

وأنجب ابناً بعد ذلك بخمس سنوات

وعاش الابن على الأرض نصف ما عاش أبيه

وحزن الأب حزناً شديداً على موت ابنه

فقضى نحبه بعد وفاة ابنه بأربع سنوات

إن العمر ليس مكتوباً على القبر

ولكن يمكنك أن تحسبه من علم الجبر"

وبحلّ هذا اللغز جبرياً نجد أنّ ديوفانتس مات وعمره ٨٤ عاماً.

٣- المتطابقات الجبرية

$(أ+ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

كانت تعطي بالصورة الهندسية التالية.

	ب	أ
ب	ب^{٢}	أب
أ	أب	أ^{٢}
	ب	أ

خذ مربع طول ضلعه أ + ب ثمّ قم بتقسيمه إلى أربع مساحات هي مربع طول ضلعه أ ومساحته أ^{٢} ومربع طول ضلعه ب ومساحته ب^{٢} ومستطيلان بعدا كلّ منهما أ ، ب ومساحتهما ٢ أب.

(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أب + ب^{٢}

٤- حلّ معادلة من الدرجة الثانية (حلاً هندسياً)

حلّ الإغريق معادلات الدرجة الثانية هندسياً فمثلاً:

لحلّ المعادلة س^{٢} – ١٣ س + ٣٦ = صفر

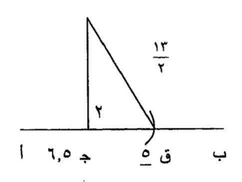
فإنّ هذه المعادلة تكافئ أوجد عددين مجموعهما ١٣ وحاصل ضربهما ٣٦ وهذه تكافئ تقسيم مستطيل طوله ١٣ إلى جزئيين بحيث أنّ مساحة المستطيل الناشئ بهذين الجزأين تكون مساحته ٣٦.

ولذلك قام الرياضي الإغريقي بالعملية الهندسية التالية:

١- رسم مستقيماً أب طوله ١٣

٢- نصف أب في جـ

٣- أقام عمـود جـ د مـن جـ عـلى أب بحيث يكون طـول جـ د =٦ ثـمّ ركّــز في نقطــة د ورســم دائــرة نــصف قطرهــا يــساوي $\frac{١٣}{٢}$



ويقطع القوس المرسوم المستقيم أب في و، طول أق هـو أحـد العـددين. وطول ق ب هو العدد الآخر.

من الشكل يتّضح أنّ

ق جـ = $\frac{٥}{٢}$ = ٢.٥

أق = ٦.٥ + ٢.٥ = ٩ ق ب= ٦.٥ – ٢.٥ = ٤

حل المعادلة هي س = ٤ أو س = ٩

الجبر عند العرب

يعتبر ظهور الإسلام والفتوحات العربيّة الإسلاميّة التي تلته وامتدّت خـلال قرن من الزمان فشملت منطقة تصل من الهند وفـارس والعـراق إلى شـمال أفريقيـا وحتّى إسبانيا واحداً من أعظم الأحداث في تـاريخ البـشرية واسـتطاع الإسـلام أن يوحّد قبائل شبه الجزيرة العربيّة المنقسمة والمشتتة في أمّة قويّة بفضل الوحدة الدينية، وازدهرت الحضارة العربية الإسلامية بكل تراثها الخصب خصوصاً منـذ أن أسـس العبّاسيّون خلافاتهم في بغداد وشجّع العبّاسيون الانفتاح الثقافي والعلمي على تراث

الحضارات القديمة للبلدان التي دخلت في ملكهم مثل فارس والهند ومناطق المشرق العربي.

وكانت هناك جهود ضخمة لترجمة هذا التراث من اليونانيّة والسكرنيتية إلى العربيّة وغيرها من اللغات، وذلك في الرياضيات والفلك والميكانيكا والطبّ والنبات والحيوان.

وأصبحت مكتبة الخليفة المأمون والمرصد الذي أنشئ في عهده والمدرسة العلمية التي نشأت حولها في هذا العصر نموذجاً لعمل علمي كبير نهضت به الحضارة العربية والإسلامية.

وحتّى بعد انقسام أراض الخلافة إلى ممالك مختلفة في القرنين الرابع والخامس الهجري ظلّ العالم العربي مزدهراً فقد تنافس الملوك والأمراء الجدد على احتضان العلماء وتشجيعهم فكثرت المكتبات والمراصد.

ولقد فقدت بغداد أهميتها كعاصمة سياسية واقتصادية وثقافية ولكنها بقيت بمثابة العاصمة الدينية، وانتشت بعض المدن القديمة مثل الإسكندرية، وأنطاكية ودمشق ثم القاهرة وقرطبة في الأندلس.

ونتيجة للاتصال بالمعرفة الآسيوية واليونانية تجمعت في المدن العربية مكتبات ضخمة من تراث البشرية العلمي. ونشأت بها صناعات جديدة وسلسلة من الاختراعات غير المعروفة للتكنولوجيا اليونانية القديمة والرومانية وفي هذه العصور ازدهرت نتاج الحضارة العربية والإسلامية وكانت أوروبا تغط في نوم عميق فيما سمي بعصور الظلام الأوروبية.

ولم يعرف الأوروبيون طريقهم إلى العلم والتكنولوجيا إلا من خلال ترجماتهم اللاتينية للكتب العربية الأساسية في الأندلس وصقلية.

ولا ينكر أحد اليوم من مؤرّخي العلم في الغرب الدور المركزي الذي لعبته الحضارة الإسلامية في المحافظة على التراث اليوناني القديم في العلم والفلسفة ونقله إلى أوروبا، ولكن بعضهم يحاول أن يقلل من الإضافات العلمية للحضارة العربية والإسلامية بادعاء أن العرب كانوا مجرد حفظة للتراث اليوناني فحسب.

ويعتبر هذا القول فيه تجن شديد، فالعرب نقلوا بدقة التراث اليوناني ليطبقوه على ظروف ومشاكل مجتمعهم وهو مجتمع مختلف تماماً عن المجتمع اليوناني القديم، وكان لا بدّ أن يؤدي هذا ليس إلى حفظ التراث اليوناني فحسب وإنما إلى اكتشاف نتائج جديدة وتحسين ما أنجزه اليونانيون بل واستحداث فروع جديدة في العلم لم يعرفها اليونانيون.

وينطبق ذلك على الرياضيات وفروعها المختلفة مثل حساب المثلثات الكروي الذي تعرفه الحضارة اليونانية.

كما أن نشأة الجبر كعلم مستقلّ عن الحساب كان ثمرة من تراث الحضارة العربية الإسلامية والذي بدأ بكتاب الخوارزمي (الجبر والمقابلة) وما زال هذا العلم في الحضارة الأوروبية الحديثة يستمدّ أصله من كلمة الجبر العربية، بل أن أي عملية حسابية تجري في أي فرع من فروع العلم في أوروبا اليوم تسمّى خوارزميّة **Algorism** نسبة إلى الخوارزمي.

وأحياناً يحاول بعض المؤرخين الأوروبيين التهوين من شأن الإنجازات العربية في الرياضيات والفلك بالقول بأنّ من نبغ من علماء تلك الفترة إنما هم من أصل فارسي أو بلاد ما وراء النهرين وصحيح أن كثير منهم لهم هذه الأصول، ولكنهم جميعاً كانوا نتاج الحضارة العربية الإسلامية يكتبون ويفكرون ويتواصلون باللغة العربية وهم جزء أساسي من هذه الثقافة ويستحيل فصلهم عنها.

ومع ذلك فإنّ ابن الهيثم الذي اعتبره الأوروبيون أعظم علماء الحضارة العربية الإسلامية لاكتشافه في عم البصريات وحلوله العبقرية في معادلات الدرجة الثالثة والرابعة، من مواليد البصرة وعاش معظم حياته في مصر ودفن بها وأصوله العربية ليست محلّ شك من أحد.

وما ينساه بعض مؤرخي العلم الأوربيون عندما يحكمون على الإنجازات الرياضية للحضارة العربية هو أن هذه الإنجازات قد تمت في مواجهة العقم الذي كان يسود العالم آنذاك، ومن ناحية أخرى فكل العلماء العظام الذين أنجبتهم الحضارة العربية الإسلامية لم يكونوا متخصصين بالمعنى الضيّق الذي نتحدث عنه اليوم، فمعظم هؤلاء كانوا يبحثون في الهندسة والفلك والجبر والطب وعلوم الحياة والفلسفة في آن واحد، وكثير منهم كانوا مترجمين في نفس الوقت.

مثال الكندي (القرن التاسع الميلادي) كان مشتغلاً بالفلسفة ومع ذلك له كتاب في الهندسة وكتاب آخر في الفلك (رسالة الكندي في المد والجزر).

- **البيروني (القرن العاشر الميلادي)** بحث في الرياضيات والفلك وله كتب في الطبيعيات والصيدلة والطب، وله دراسة جغرافية اجتماعية عن الهند واسمه (تحقيق ما للهند من مقولة مقبولة في العقل أو مرزولة).
- **ثابت بن قرة (القرن التاسع الميلادي)** هو الذي فتح ترجمة كتاب الأصول لإقليدس، وقام بترجمة أعمال أبو لونيوس (القطاعات المخروطيّة)، وأرشميدس، وإقليدس وصحح ترجمة إسحاق بن حنين لكتاب أرسطو عن النبات وندين له بكتاب الذخيرة في الطب، ومع ذلك فإنّ أبحاثه في الهندسة هي التي مهدت لظهور علم التفاضل.

❖أمثلة للأنشطة الجبرية عند العرب❖

كان العرب كما ذكرنا سابقاً هم أول من استخدموا كلمة (الجبر) كخطوة من خطوات حلّ المعادلات، ويعني ذلك إنهم رواد في فصل الجبر عن الحساب والنظر إليه كعلم مستقلّ.

١- استخدم العرب الاختزال للتعبير عن المجهول وعن القوى المختلفة للمجهول والعمليات الحسابية وبذلك فهم قد خطو خطوة كبيرة نحو الترميز.

فمثلاً: استخدموا الحرف جـ للدلالة على الجذر التربيعي.

استخدموا الحرف ش للدلالة عن المجهول (ما نرمز له نحن الآن بالرمز س)

استخدموا الحرف م للدلالة عن المال ($س^{٢}$)

استخدموا الحرف ل ليعني يساوي.

٢- صنف العرب المعادلات ووضعوا قواعد لحلّ كل صنف

فمثلاً: صنّف الخوارزمي المعادلات إلى خمسة أقسام هي

أموال تعدل جذور مثل $٢س^{٢} = ٣ س$

أموال تعدل أعداداً مثل $٥س^{٢} = ١٠$

جذور تعدل عدداً مثل $٢س = ٦$

أموال وجذور تعدل عدداً مثل $٣ س^{٢} + ٢س = ٨$

جذور وعدد تعدل أموالاً مثل $٧ س + ١٥ = ٢س^{٢}$

كما صنّفها عمر الخيّام إلى تصنيفات أخرى

٣- عرف العرب قوانين حل معادلات الدرجة الثانية وكان لهم قانون لكلّ صنف من تصنيفاتهم لتلك المعادلات فمثلاً لحلّ المعادلة

$$٢ س^{٢} + ١٠ س = ٤٨$$

والتي جاءت كالتالي

سار الحل لفظياً كالآتي بلغة "الخوارزمي"

ترد المالين إلى مال واحد وقد علمت أن مالاً من مالين نصفهما، فأردد كلّ شيء في المسألة إلى نصفه فكأنّه قال مال وخمسة أجذار تعدل ٢٤ درهماً لاحظ اختصار المسألة لتصبح $س^{٢} + ٥ س = ٢٤$

ومعناه أنّ مال إذا زاد على خمسة أجذاره بلغ ٢٤

ننصف الأجذار فتكون اثنين ونصف يبقى ثلاثة وهو جذر المال والمال تسعة ومعنى ذلك أن الخوارزمي حل المعادلة التي بالصورة

$س^{٢} + ب س = جـ$ بالقانون

$$س = \sqrt{\left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} + جـ} - \left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢}$$

وفي مسألتنا $س^{٢} + ٥ س = ٢٤$

$$س = \sqrt{\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} + ٢٤} - \frac{٥}{٢} = \sqrt{\left(\frac{١٢١}{٤}\right)} - \frac{٥}{٢} = \frac{١١}{٢} - \frac{٥}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

ويلاحظ هنا إهمال الحل السالب لأنّ لهذه المعادلة باللغة الجبرية الحديثة لها حلاّن هما

س = ٣ س = – ٨

٤ – وبالنسبة لمسألة مثل "مال" وواحد وعشرين من العدد يعدل عشرة أجذاره والتي تؤول إلى المعادلة $س^{٢} + ٢١ = ١٠ س$

استخدم الخوارزمي القانون $س = \frac{ب}{٢} \pm \sqrt{\left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} - ج}$

حيث ب معامل س، جـ الحد المطلق وحصل على الجذرين ٣، ٧

$$س = \frac{١٠}{٢} \pm \sqrt{\left(\frac{١٠}{٢}\right)^{٢} - ٢١} = \frac{١٠}{٢} \pm \sqrt{\frac{١٠٠ - ٨٤}{٢}} = ٥ \pm \sqrt{٤}$$

س = ٥ + ٢ ← س ٧ أو س = ٥ – ٢ ← س =٣

استخدم العرب طرقاً هندسية لحلّ بعض معادلات الدرجة الثانية

فمثلاً لحلّ المعادلة $س^{٢} + ٦ س = ٧$

استخدم العرب الطريقة الهندسية التالية التي حصلوا منها على حل واحد للمعادلة وهو الجذر الموجب، وقد كانت الخطوات كما يلي:

١– أرسم مربعاً طول ضلعه مجهول (س) مثل و ق جـ هـ

٢– نصف الأجذار (٦ س) أي $\frac{٦}{٢} = ٣$

مد أضلاع المربع الأول بطول قدره (٣) فتحصل على المربع أ ب جـ د الذي طول ضلعه يساوي س + ٣

مساحة المربع أ ب جـ د = مساحة الشكل المظلل

$س^{٢} + ٦$ س ولكن $س^{٢} + ٦ س = ٧$ (معطيات)

بإضافة (٩) إلى الشكل المظلل نحصل على المربع أ ب جـ د أي أنّ مساحة المربع أ ب جـ د = مساحة الشكل المظلل + ٩

= ٧ + ٩

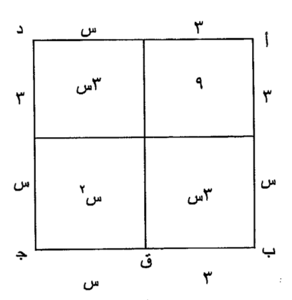
= ١٦

طول ضلع المربع أ ب جـ د = ٤

ولكننا نعلم أنّ طول ضلع المربع أ ب جـ د من الرسم = س + ٣

إذن س + ٣ = ٤ ومنها ← س = ١

أي أنّ حل المعادلة س^{٢} + ٦ س = ٧ هو س = ١



٦- استخدم العرب طريقة الخطأ وطريقة الخطأين في حلّ معادلات الدرجة الأولى

وفيما يلي مثالاً للحلّ بطريقة الخطأين

إذا قيل لك مال جمع ثلثه وخمسه فكان أربعاً وعشرين فكم المال؟

وباللغة الحالية فإنّ الأمر يتطلّب حلّ المعادلة

$\frac{١}{٣}$ س + $\frac{١}{٥}$ س = ٢٤ ويسير حساب الخطأين كالآتي

نفرض أن المال ١٥ ⟵ **مفروض أول**

$\frac{١}{٣} \times ١٥ + \frac{١}{٥} \times ١٥ = ٨$

وحيث أنّ $\frac{١}{٣}$ المال + $\frac{١}{٥}$ المال = ٢٤ **فهناك خطأ بالنقصان**

٢٤ − ٨ = ١٦ ⟷ **خطأ أوّل**

نفرض أنّ المال ٣٠ ⟵ **مفروض ثان**

$\frac{١}{٣} \times ٣٠ + \frac{١}{٥} \times ٣٠ = ١٦$

ولكن $\frac{١}{٣}$ المال + $\frac{١}{٥}$ المال = ٢٤

هناك خطأ بالنقصان هو ٢٤ − ١٦ = ٨ ⟷ **خطأ ثان**

المفروض الأول × الخطأ الثاني = ١٥ × ٨ = ١٢٠ = المحفوظ الأول

المفروض الثاني × الخطأ الأول = ٣٠ × ١٦ = ٤٨٠ = المحفوظ الثاني

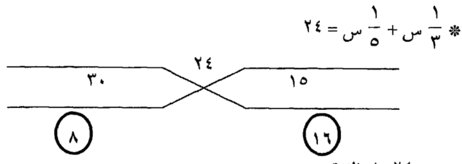
الفرق بين المحفوظين الأول والثاني = ٤٨٠ − ١٢٠ = ٣٦٠

الفرق بين الخطأين الأول والثاني = ١٦ − ٨ = ٨

المجهول = $\frac{\text{الفرق بين المحفوظين}}{\text{الفرق بين الخطأين}} = \frac{٣٦٠}{٨} = ٤٥$

- وكان بعض العرب الرياضيين يحلون هذه المسألة باستخدام وسيلة تعليمية على شكل ميزان قبائي (ذو قبة وكفة) ولذا سميت بطريقة القرطسون أو طريقة الكفّات ويسير حلّ المسألة السابقة كما يلي:

* $\frac{١}{٣}$ س + $\frac{١}{٥}$ س = ٢٤



* ضع ٢٤ على القبة.

* ضع المفروض الأول وليكن ١٥ على إحدى الكفتين.

* قابل شروط المسألة بالعدد ٢٤ واحسب الفرق (الفضل)

* ثم ضع الفضل تحت الكفة (٢٤ – ٨) = ١٦

* ضع المفروض الثاني وليكن ٣٠ على الكفة الثانية

* قابل شروط المسألة بالعدد ٢٤ واحسب الفرق (الفضل) ثم ضع الفرق تحت الكفة (٢٤–١٦) = ٨.

* أضرب فضل الكفة الأولى × الكفة الثانية = ١٦ × ٣٠ = ٤٨٠ (احفظه)

* أضرب فضل الكفة الثانية × الكفة الأولى = ٨ × ١٥ = ١٢٠ (احفظه)

* اطرح المحفوظين فيتولد ٣٦٠ = (٤٨٠ – ١٢٠)

* أقسم فضل المحفوظين ÷ فضل الكفتين يتولد المجهول

(١٦ – ٨) = ٨

$\frac{٣٦٠}{٨}$ = ٤٥

٧- عالج العرب أنواعاً متعددة من المعادلات السيالة (غير المعينة) والتي تحتوي على ثلاث متغيرات من أمثلة تلك المعادلات.

أوجد س، ص، ع إذا كان س^{٣} + ص^{٣} = ع^{٢} وكان الحل كما يلي

ضع س = $\frac{ن^{٢}}{١+م^{٣}}$ ، ص = م س، ع = ن س

وإذا أخذنا م = ٢ ، ن = ٣ نجد أن

س = $\frac{٩}{١+٨}$ = $\frac{٩}{٩}$ = ١ ، ص = ٢ × ١ = ٢، ع = ٣ × ١ = ٣

س = ١، ص = ٢ ، ع = ٣ مما يحقق س^{٣} + ص^{٣} = ع^{٢}

٨- حل العرب بعض أنواع معادلات الدرجة الثالثة والدرجة الرابعة، وقد اهتمّ الخيام بصفة خاصّة بمعادلات الدرجة الثالثة وصنفها إلى ١٣ صنفاً من الأنواع التي لها جذور موجبة.

٩- وضع ثابت بن قرّة قاعدة لإيجاد الأعداد المتحابة وهذه القاعدة هي

أ = ٣ × ٢^{ن} – ١ ، ب = ٣ × ٢$^{ن-١}$ – ١ ، جـ = ٩ × ٢$^{٢ن-١}$ – ١

عندما يكون أ، ب، جـ أعداد أولية فإن العددين ٢^{ن}أب، ٢^{ن}جـ يكونان عددان متحابان إذا كانت ن = ٢.

مثال:

أ = ٣ (٢)^{٢} – ١ = ١١ ، ب = ٣ × (٢) – ١ = ٥ ، جـ = ٩ (٢)^{٣} – ١ = ٧١

وحيث أن الأعداد ١١، ٥، ٧١ أعداد أوليّة، إذن العددان

٢^{ن}أب = ٤ × ١١ × ٥ = ٢٢٠

٢ن جـ = ٤ × ٧١ = ٢٨٤ عددان متحابان

١٠- عرف العرب قوانين مجموع المتواليات الحسابية والهندسية فمن بين القواعد التي وضعها أبو عبد الله محمد الشهير (بابن بدر) في الجبر القاعدة التالية لجمع الأعداد التي على شكل متوالية عددية:

إذا تفاضلت الأعداد بعدة معلومة دون التضعيف، فاضرب التفاضل في عدة الأعداد إلا واحد، فما بلغ فاحمل على أول الأعداد، يكن ذلك آخر الأعداد، اجعل عليه أول الأعداد واضربه في نصف العدد يكون ذلك المطلوب

تفاضل الأعداد= الفرق بين كل عددين متتاليين

عدة الأعداد= عدد الأعداد

مثال:

لإيجاد مجموع الأعداد ١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١ إلى عشرة حدود:

تفاضل الأعداد= ٣ – ١ = ٢

عدة الأعداد= ١٠

أول الأعداد= ١

آخر الأعداد= ١ + ٢ (١٠-١) = ١٩

آخر الأعداد + أول الأعداد= ١٩ + ١ = ٢٠

مجموع الأعداد= ٢٠ × $\frac{١٠}{٢}$ = ١٠٠

ومن هذا يتضح أن ابن بدر عرف القانون التالي

لتكن أ، أ + د، أ + ٢ د، .... إلى ن من الحدود، متوالية عددية عدد حدودها ن

الحد الأخير (ل)= أ + (ن-١)د

مجموع الحدود= $\frac{ن}{٢}$ (أ + ل)

١١- عرف العرب مجموع الأعداد الطبيعية مرفوعة إلى قوى تصل إلى ٤ مثل ١+٢+٣+ ....

* $(١)^٢ + (٢)^٢ + (٣)^٢ + (٤)^٢ + ...$

* $(١)^٣ + (٢)^٣ + (٣)^٣ + (٤)^٣ + ...$

* $(١)^٤ + (٢)^٤ + (٣)^٤ + (٤)^٤ + ...$

١٢- عرف الخيام وبعده الطوسي مفكوكات ذات الحدين والعلاقة بين معاملات حدود ذات الحدين والتي ظهرت فيها بعد باسم مثلث باسكال، ويعتقد أن الطوسي كان يعرف تلك العلاقات.

لاحظ المعاملات في المفكوكات التالية:

(أ + ب) = أ + ب	المعاملات ١ ، ١
$(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٢ أب + ب^٢$	المعاملات ١، ٢، ١
$(أ + ب)^٣ = أ^٣ + ٣ أ^٢ب + ٣ أب^٢ + ب^٣$	المعاملات ١، ٣، ٣، ١

ويمكن وضع المعاملات السابقة في الشكل التالي والذي يمكن أن نستنتج منه المعاملات المفكوكة $(أ+ب)^٤$ ، $(أ+ب)^٥$ ....

(أ + ب)^{٠} =			١			
(أ + ب) =			١	١		
(أ + ب)^{٢} =		١	٢	١		
(أ + ب)^{٣} =		١	٣	٣	١	
(أ + ب)^{٤} =	١	٤	٦	٤	١	
(أ + ب)^{٥} =	١	٥	١٠	١٠	٥	١

ويعرف هذا الشكل باسم مثلث باسكال ويعتقد أن الطوسي كان يعرف مثل هذه العلاقات.

أسئلة التقويم الذاتي

١- حل المعادلة الجبرية:

$س^٢$ - ١٣ س + ٣٦ = صفر حلاً هندسياً بطريقة الإغريق.

٢- حل المعادلة:

$س^٢$ + ٦ س = ٧ حلاً هندسياً بطريقة العرب.

٣- أوجد معاملات مفكوك $(أ+ب)^٧$ باستخدام مثلث باسكال.

الفصل الخامس
تاريخ الرياضيات بين الشخصيات والمؤلفات

أولاً: الشخصيات.

* الحسن بن الهيثم.
* الخوارزمي.
* ثابت بن قرّة.
* البيروني.
* عمر الخيام.
* ابن يونس المصري.
* نصير الدين الطوسي.
* إقليدس.
* أرشميدس.
* ديوفانتس.
* بابوس.
* ديكارت.

ثانياً: الكتب.

*كتاب الجبر والمقابلة.

* كتاب الكافي في الحساب.

* كتاب مفتاح الحساب.

* كتاب الأصول.

* كتاب الباهر.

ثالثاً: قراءات إثرائية.

الفصل الخامس
تاريخ الرياضيات بين الشخصيات والمؤلفات

أولاً: الشخصيات

١- الحسن بن الهيثم

هو أبو علي الحسن بن الهيثم البصري المتوفى عام ٤٣٠هـ ولد في البصرة سنة ٣٥٤هـ على الأرجح وقد انتقل إلى مصر حيث أقام بها حتى وفاته جاء في كتاب (أخبار حكماء) للقفطي على لسان بن الهيثم (**لو كنت بمصر لعملت بنيلها عملاً يحصل النفع في كل حالة من حالاته من زيادة ونقصان**).

فوصل قوله هذا إلى صاحب مصر الحاكم بأمر الله الفاطمي فأرسل إليه بعض الأموال سراً وطلب منه الحضور إلى مصر، فلبى بن الهيثم وارتحل إلى مصر حيث كلفه الحاكم بأمر الله إنجاز ما وعد به. فباشر بن الهيثم دراسة النهر على طول مجراه ولما وصل إلى قرب أسوان وجد شلال تنحدر مياه النيل منه تفحصه في جوانبه كافة أدرك أنه كان واهماً متسرعاً في ما ادّعى المقدرة عليه وإنه عاجز على البر بوعده، حينئذ عاد إلى الحاكم بأمره معتذراً، فقبل عذره وولاه أحد المناصب غير أن ابن الهيثم ظنّ رضى الحاكم تظاهراً بالرضى فخشي أن يكيد له وتظاهر بالجنون وخرج من داره وسكن قبة على باب الجامع الأزهر وطوي ما تبقى من حياته مؤلفاً ومحققاً وباحثاً في حقول العلم فكانت له إنجازات هائلة.

وصفة "بن أبي أصبيعة" في كتابه (**عيون الأنباء في طبقات الأطباء**) فيقول: (كان بن الهيثم فاضل النفس، قوي الذكاء، متفنناً في العلوم، لم يماثله أحد من أهل

زمانه في العلم الرياضي ولا يقرب منه وكان دائم الاشتغال كثير التصنيف وافر التزهد).

مؤلفات ابن الهيثم

ولابن الهيثم عدد كبير من المؤلفات شملت مختلف أغراض العلوم، وأهم هذه المؤلفات: (كتاب المناظر)، و(كتاب الجامع) في أصول الحساب وكتاب في (حساب المعاملات)، (كتاب شرح أصول إقليدس في الهندسة والعدد)، كتاب في (تحليل المسائل الهندسية)، كتاب في (الأشكال الهلاليّة)، مقالة في (التحليل والتركيب)، مقالة في (خواص المثلث من جهة العمود)، مقالة في (الضوء)، مقالة في (المرايا المحرقة بالقطوع)، مقالة في (المرايا المحرقة بالدوائر)، مقالة في (الكرة المحرقة)، مقالة في (كيفية الظلال)، مقالة في (الحساب الهندي)، مسألة في (المساحة)، مسألة في (الكرة)، (كتاب في الهالة وقوس قزح)، كتاب (صورة الكسوف، اختلاف مناظر القمر، ورؤية الكواكب ومنظر القمر)، (سمت القبلة بالحساب)، (ارتفاعات الكواكب)، كتاب في (هيئة العالم) ويرى البعض أن ابن الهيثم ترك مؤلفات في الإلهيات والطب والفلسفة وغيرها.

إنّ كتاب المناظر كان ثورة في عالم البصريات، فابن الهيثم لم يتبين نظريات بطليموس ليشرحها ويجري عليها بعض التعديل بل إنه رفض عدداً من نظرياته في علم الضوء، بعدما توصل إلى نظريات جديدة غدت نواة علم البصريات الحديث.

زعم بطليموس أن الرؤية بواسطة أشعة تنبعث من العين إلى الجسم المرئي ولما جاء ابن الهيثم نسف هذه النظرية في كتاب المناظر فبين أن الرؤية تتم بواسطة الأشعة التي تنبعث من الجسم المرئي باتجاه العين.

تبين ابن الهيثم أن الشعاع الضوئي ينتشر في خط مستقيم ضمن وسط متجانس، اكتشف ظاهرة انعكاس الضوء، وظاهرة انعطاف الضوء أي انحراف الصورة عن مكانها في حال مرور الأشعة الضوئية في وسط معين إلى وسط غير متجانس وضع ابن الهيثم بحوثاً بتكبير العدسات وبذلك مهد لاستعمال العدسات المتنوعة في معالجة عيوب العين.

من أهم منجزات ابن الهيثم أنه شرح العين تشريحاً كاملاً وبين وظيفة كل منها وقد قال العالم البريطاني "برونفسكي" في كتابه (ارتقاء الإنسان) أن ابن الهيثم أعظم الرجال الذين ترجم الأوروبيون أعمالهم في القرون الوسطى وعصر النهضة كما يرى المؤرخ الإيطالي "الدومييلي" في كتابه (العلم عند العرب) إنه واحد من أربعة يمثلون أعظم المفكرين والعلماء المسلمين وهم (الرازي، والبيروني، وابن سينا، وابن الهيثم).

أما العالم البريطاني "برنال" في كتابه (العلم في التاريخ) يؤكد إلى جانب ذلك على أهمية دراسة ابن الهيثم عن تركيب العين.

ولقد علم ابن الهيثم نفسه بنفسه ولجأ إلى كل الترجمات العربية للتراث اليوناني والفلك والفلسفة والطبّ فدرسها ثمّ ألف منها تصنيفات بلغت ٤٣ في الفلسفة والعلم الطبيعي و٢٠ في الرياضيات والفلك وواحد في الطبّ.

ولقد تمكّن ابن الهيثم من استخراج حجم الجسم المتولّد عن دوران قطع مكافئ حول المحور الأفقي ووضع القوانين الأربعة في حساب مجموع الأعداد الطبيعية ومجموع مربعاتها ومكعباتها والقوة الرابعة وأعطى قوانين صحيحة لمساحات الكرة والهرم والاسطوانة والمنطقة الدائرية.

وهو أول من أثبت قانون الانكسار في الضوء وقد تلقف العلماء "ديكارت وفرمات ونيوتن" طريقته وأثبتوا قانون الانكسار الثاني.

وقد نشرت أول ترجمة لكتابه (المناظر) في لشبونة عام ١٥٤٢ على يد المترجم الإيطالي "جيرار دي كيرمونا" ولا تزال نسخة من هذه الترجمة موجودة في مكتبة الفاتيكان.

وابن الهيثم معروف جيداً عند الأوروبيون باسم ALHAZEM وقد نظمت كلية الهندسة بجامعة القاهرة عام ١٩٣٩ (بمناسبة ذ تسعمائة عام على وفاته) سلسلة من المحاضرات لإحياء ذكراه عرفت باسم (محاضرات ابن الهيثم التذكاريّة) كما أقامت الجمعيّة المصرية للعلوم الرياضية والطبيعية في نفس العام احتفالاً كبيراً لإحياء ذكراه.

وقد ساعد ابن الهيثم كثيراً على تقدّم علم الضوء الذي يشغل فراغاً كبيراً في الطبيعة والذي له اتصال وثيق بكثير من المخترعات والمكتشفات، والذي لولاه لما تقدم علماء الطبيعة والفلك تقدمها السريع، وهو تقدم مكن الإنسان من الوقوف على بعض أسرار المادة ودقائقها وجواهرها، وعلى ما يجري في الأجرام السماوية من مدهشات ومحيرات.

٢- الخوارزمي

هو أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي ولد عام ٧٨٦م وقد توفي بعد عام ٨٥٠م.

ويعد الخوارزمي من أكبر علماء العرب ومن العلماء العالميين الذين كان لهم تأثير كبير على العلوم الرياضية والفلكية وفي هذا الصدد يقول "الدوميلي" وإذا انتقلنا إلى الرياضيات والفلك فسنلتقي منذ البدء بعلماء من الطراز الأول ومن أشهرهم (**أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي**).

لا يعرف تاريخ ميلاد الخوارزمي ولا تاريخ وفاته وكل ما يعرف عنه أنه ولد في خوارزم (حيوه) (أوزباكستان اليوم) جنوب بحر الأزال وعاش في بغداد أيام حكم الخليفة المأمون العبّاسي وأنّ المأمون عيّنه على رأس خزانة كتبه وعهد إليه بجمع الكتب اليونانيّة وترجمتها.

استفاد الخوارزمي من الكتب الموجودة في خزانة المأمون فدرس الرياضيات والجغرافية والفلك والتاريخ إضافة إلى إحاطته بالمعارف اليونانيّة والهندية.

يعتبر الخوارزمي مؤسس علم الجبر كعلم مستقلّ عن الحساب وقد أخذه الأوروبيون عنه كما أنّه أول من استخدم كلمة (الجبر) المعروف الآن فما زال الجبر يعرف حتى الآن باسمه العربي في جميع اللغات الأوروبية وترجع جميع الكلمات التي تنتهي في اللغات الأوروبية بـ Algorithm/Algorism إلى اسم الخوارزمي وهو أول من تعرف بالأرقام العربية.

ومن الإسهامات الهامة للخوارزمي في الرياضيات اكتشافه بعض القواعد وتطويرها ومنها **قاعدة الخطأين، والطريقة الهندسية لحلّ المربعات المجهولة والتي تسمّى اليوم باسم (معادلات من الدرجة الثانية) كما نشر الخوارزمي أول الجداول الرياضية عن المثلثات للجيوب والظلال وقد ترجمت إلى اللاتينية في القرن الثاني عشر، إضافة إلى إسهاماته الكبرى في الحساب.** أبدع الخوارزمي في علم الفلك وإلى بحوث جديدة في المثلثات ووضع جداول فلكية (ريجا) وكان لهذا الريح الأثر الكبير على الجداول الأخرى التي وضعها العرب فيما بعد إذا استعانوا به واعتمدوا عليه وأخذوا منه.

ومن مؤلفاته الهامّة:

(كتاب الجبر والمقابلة)

وهو يُعدّ الأول من مؤلفاته وقد ألفه بطلب من الخليفة المأمون وهذا الكتاب لم يؤد فقط إلى وضع علم الجبر وإعطائه مدلوله الحالي بل افتتح عصراً جديداً في الرياضيات وقد ترجم إلى اللاتينية في القرن الثاني عشر الميلادي وكانت هذه الترجمة هي التي أدخلت هذا العلم إلى العرب. وظلّ هذا الكتاب قروناً عديدة مرجعاً في أوروبا.

كتاب (صور الأرض) وهو موجود في (ستراسورغ بفرنسا) وقد ترجم إلى اللاتينية وتمت مقارنة المعلومات الموجودة فيه بمعلومات بطليموس.

كتاب (العمل بالإسطرلاب) وكتاب (عمل الإسطرلاب)

وخلاصة القول أن الخوارزمي يعد من أعظم العلماء في عصره وكان له أعظم الفضل في تعريف العرب والأوروبيين من بعدهم بنظام العد الهندي فهو واضع علم الجبر وواضع كثير من البحوث في الحساب والفلك والجغرافيا وقد عبر عنه (الدوميلي) بقوله: وقد افتتح الخوارزمي افتتاحاً باهراً سلسلة من الرياضيين العظام. وقد ظلّت كتبه تدرس في الجامعات الأوروبية حتى القرن السادس عشر الميلادي.

٣- ثابت بن قرّة

هو أبو الحسن ثابت بن قرّة (٢٢١- ١٨٨هـ) حرّان شبه الجزيرة العربية ولد في حران سنة ٢٢١هـ وامتهن الصيارفة، كما اعتنق مذهب الصائبة، نزح من حران إلى كفرتوما حيث التقى بالخوارزمي الذي أُعجب بعلم ثابت وذكاءه النادر، فاصطحبه

معه إلى بغداد ووصله للخليفة "المعتضد" فأدخله في جملة المنجمين وكان محل احترام الخليفة ورعايته فقد أحاطه بعطفه تقديراً لعمله.

وكان (ثابت) من ألمع علماء القرن التاسع الميلادي الذين تركوا آثاراً جمّة في شتى أنواع العلوم وكان يحسن السريانية والعبرية واليونانية ويعده "سارطون" من أعظم المترجمين وأعظم من عرف نفسه في مدرسة (حرّان) وفي العلم العربي.

ويمتاز ثابت بـ

- **نقله كثيراً من المؤلفات إلى العربية، فقد نقل من علوم الأقدمين مؤلفات عديدة في الطبّ والمنطق والرياضيات والفلك وأصلح الترجمة العربية.**

اكتشف ظاهرة انعكاس الضوء وظاهرة انعطاف الضوء أي انحراف الضوء (للجسطي) وجعله سهل التناول واختصره اختصاراً لم يوفق إليه غيره وقصد من ذلك تسهيل قراءته ولا يخفى أثر ذلك في نشر المعرفة وترغيب العلماء في الرياضيات والفلك.

- مهد ثابت بن قرّة لحساب التكامل والتفاضل. وفي مضمار علم الفلك يؤثر له أنه لم يخطئ في حساب السنة النجمية إلا بنصف ثانية كما يؤثّر اكتشافه حركتين لنقطتي الاعتدال إحداهما مستقيمة والأخرى متقهقرة.
- ولثابت أعمال جلية وابتكارات مهمّة في الهندسة التحليلية التي تطبق الجبر على الهندسة ويعزى إليه العثور على قاعدة تستخدم في **إيجاد الأعداد المتحابّة** كما يُعزى إليه تقسيم الزاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية بطريقة تختلف عن الطرق المعروفة عند الرياضيين اليونانيين.
- وقد ظهرت عبقرية ثابت بن قرّة فضلاً عن العلوم الرياضية والفلكية في مجال العلوم الطبّية أيضاً.

- ترك ثابت بن قرّة عدة مؤلفات شملت علوم العصر أشهرها كتاب في المخروط المكافئ، وكتاب في الشكل الملقب بالقطاع، كتاب في قطع الأسطوانة.
- كتاب في العمل بالكرة، كتاب في أن الخطين المستقيمين إذا خرجا على أقل من زاويتين قائمتين التقيا، كتاب في تصحيح مسائل الجبر بالبراهين الهندسية، كتاب في تركيب الأفلاك، كتاب المختصر في علم الهندسة، كتاب في حركة الفلك، كتاب في ما يظهر من القمر من آثار الكسوف وعلاماته.
- كتاب المدخل إلى إقليدس وكتاب في الأنواء، كتاب في حساب خسوف الشمس والقمر.
- كتاب في مختصر علم النجوم، كتاب للمولودين في سبعة أشهر.
- كتاب في أوجاع الكلى والمثانة.
- هذا مجمل من مآثر (ثابت بن قرّة) في الفلك والرياضيات يتبين منه الأثر الكبير الذي خلفه في ميدان العلم، كما تتجلّى فيه العبقرية المنتجة التي تقدّمت بالعلوم خطوات واسعة ومهدت لإيجاد فروع هامّة من الرياضيات لولاها ما تقدّم الاختراع والاكتشاف المشهود.

٤- البيروني

هو أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني ولد في بلدة "بيرون" عاصمة خوارزم وتلقى العلم على يد (أبي نصر منصور بن علي بن عراق) ويبدو حسب المصادر الموثوق بها أنه كان على علاقة مع (ابن سينا) وأنّ مراسلات عدّة أجريت بينهما.

وتنقل بين عدّة بلدان إلى أن استقر في الهند وتعلّم اللغة الهندية ممّا أتاح له

التعمّق في علومهم وآدابهم وفلسفتهم وديانتهم ثمّ سجل كلّ ذلك في مجلدين كبيرين هما:

١- (تحقيق ما للهند من مقولة مقبولة في العقل أو مرذوله)

٢- (الآثار الباقية من القرون الخالية)

ومن منجزات البيروني في الرياضيات والطبيعة وسوف نعتمد في ذلك على الأبحاث التي توصل إليها.

- ساهم في تقسيم الزاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية، واشتغاله بالجداول الرياضية للجيب والظلّ.

- معرفته بعلم المثلثات بشكل عام وتناسب الجيوب بشكل خاصّ.

- وضع معادلة لاستخراج محيط الأرض اشتهرت (بقاعدة البيروني).

- أشار أن الأرض تدور حول محورها.

وفي العلوم الطبيعية

- وضع طريقة لتعيين الوزن النوعي.

- قام بدراسات نظرية وتطبيقية على ضغط السوائل وتوازنها.

- علّل على كيفية صعود مياه الفوران والينابيع من أسفل إلى أعلى.

- أثبت أن النور أسرع من الصوت.

عرف البيروني عدد من اللغات مثل (الخوارزمية والفارسية والسنسيكريتية) خلال إقامته بالهند.

درس البيروني الرياضيات والفلك والتنجيم والجغرافية والتاريخ والفلسفة والطب ثم كتب رسائله في موضوعات مختلفة.

ويعد البيروني أعظم باحث وعالم في الإسلام في العلوم الطبيعية والرياضيات وأكثر علماء الإسلام تعمّقاً وابتكاراً في هذه الميادين.

* وقد وضع كتاباً شاملاً في الفلك عنوانه (القانون المسعودي في الهيئة والنجوم) سنة ١٠٣٠م.

* وألف رسالة (التفهيم لأوائل صناعة التنجيم) في الحساب والفلك والتنجيم.

* وضع كتاب (الآثار الباقية عن القرون الخالية) وعالج فيها تقاويم السنين عند الشعوب القديمة وتواريخهم.

* تصدى للنظرية القائلة بأن (الأرض تدور حول محورها) وبحثها بفهم وإدراك.

* ضبط أبعاد خطوط الطول والعرض.

٥- عمر الخيّام

هو أبو الفتح عمر بن إبراهيم الخيّام (١٠٤٠-١١٢٣) ولد في نيسابور وقيل إنه اشتهر بالخيام لأنه احترف في أول حياته بصناعة الخيام اشتغل بالفلسفة والفلك والرياضيات حيث نبغ فيهما وأسس له السلطان "ملكشاه جلال الدين السلجوقي" مرصداً عمل فيها طول حياته ونجح في عمل تقويم جديد (التقويم الجلالي) وكان أدق التقاويم وهو قريب جداً من تقويم جريجوري.

اشتهر بحلوله لمعادلات الدرجة الثالثة والرابعة هندسياً واستخدم نظرية ذات الحدين لأس صحيح موجب ومن أهم مؤلفاته كتاب (توضيح مسائل في الجبر) وفيه يرتب الصور لمعادلات الدرجة الثانية والثالثة ترتيباً منظماً مع بذل جهد كبير في حل هذه المعادلات وكتاب (**رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات إقليدس**) ولا يزال المخطوط العربي لهذا الكتاب باقياً في مكتبة ليدن وقد اشتغل بعلم الطبيعة ومن

كتبه (الاحتيال لمعرفة الذهب والفضة في جسم مركب منهما) وكان شاعراً كبيراً حيث ألف ما يُعرف (رباعيات الخيام) التي ترجمت عدّة مرات.

٦- ابن يونس المصري

هو أبو سعيد بن يونس الصيرفي المصري ولد بمصر في منتصف القرن العاشر الميلادي ويقول عنه "الدوميلي" في كتاب (**العلم عند العرب**) إنّه كان عالماً نظرياً من الطراز الأول وكان يعمل بالمرصد الذي أسّسه الخليفة الفاطمي بمصر (العزيز بالله) فوق جبل المقطم وكان هذا المرصد جزءاً من دار الحكمة التي أنشأها الفاطميون بمصر لكي تنافس الدار التي أنشأها الخليفة العبّاسي المأمون في بغداد قبل ذلك بقرنين من الزمان.

وقد ألّف ابن يونس كتاب (**الزيج الحاكمي الكبير**) ويضمّ خلاصة أرصاده من مرصد المقطم وقد توصل ابن يونس لأول مرّة إلى قانون حساب المثلثات

٢ جتا س جتا ص = جتا (س+ص) + جتا (س- ص)

وكان لهذا القانون أهميّة كبيرة عند المشتغلين بالفلك والحساب إذا يمكن باستخدامه الاستعاضة بالجمع عن الضرب الأمر الذي يسهل كثيراً من العمليات الحسابية في الفلك وهذه الطريقة مهّدت لحساب اللوغاريتمات.

ولقد نشر (كوسان) النص العربي الكامل لكتاب الزيج الحاكمي الكبير مع ترجمة فرنسية.

٧- نصير الدين الطوسي

هو أبو جعفر محمد بن الحسين نصير الدين الطوسي (١٢٠٠-١٢٧٤) وكان يلقّب بالمحقق، قضى الطوسي معظم شبابه في السجن حيث وشي به أحد وزراء

الخليفة المعتصم فأودع السجن وفيه أنجز معظم تأليفه في العلوم الرياضية ثم أسره المغول عام ١٢٥٦ وبفضل سمعته في العلوم والنجوم استخدمه هولاكو ضمن بطانته حتى أصبح وزيراً له ولقد نجح الطوسي في إقناع هولاكو ببناء مرصد مراغة الشهير وظلّ متوالياً إدارته حتّى وفاته وتتعلق معظم كتبه بالرياضيات والفلك إلى حدّ أقل بالجغرافيا والفلسفة والطبّ ومن أشهر كتبه (**المتوسطات بين الهندسة والهيئة**) وهو محاولة لتلخيص التراث اليوناني في الهندسة وكتاب (تذكرة في علوم الهيئة) وهو خلاصة مركّزة للنظريات الفلكية في عصره وفيه ينتقد بطليموس في كتاب (المجسطي) وهذه الخطوة مهدت لكوبرنيكس للقيام بإصلاحاته في علم الفلك.

ومن أهم أعماله دراسته الخاصة بالمسلمة الخامسة في أصول إقليدس (**مسلمة التوازي**) ولقد ترجمت كتابات الطوسي في الهندسة بواسطة العالم الإنجليزي "جون والس" وكانت أساس محاضراته في جامعة أوكسفورد في القرن السابع عشر- وقد ألّف كتب في **حساب المثلثات والفلك والجبر وإنشاء الإسطرلاب** وكيفية استعماله، ففي حساب المثلثات كان الطوسي أول من وصفه كعلم مستقلّ عن الفلك في رسالته (**كتاب الشكل والقطاع**) وقد اعتمد عليه الأوروبيون زمناً طويلاً في تدريس حساب المثلثات المستوية والكروية وترجم هذا الكتاب إلى اللاتينية والإنجليزية والفرنسية وللطوسي في الهندسة كتاب (**تحرير أصول إقليدس**)، (**الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية**) وللطوسي أيضاً مؤلفات أخرى في الأخلاق والفلسفة وعلم الكلام.

٨- إقليدس

كان إقليدس أستاذاً للرياضيات بجامعة الإسكندرية ويبدو أنّه كـان مؤسـس قسم الرياضيات بها.

وكان معروفاً عنه التواضع العلمي ومن أقواله الشهيرة أنـه (**لا يوجـد طريـق ملكي للهندسـة**) وذلك عندما سأله الملك بطليموس عـن طريـق مختصر- يـتعلّم بـه الهندسة.

* ومن أشهر أعمال إقليدس كتاب (**الأصول**) الذي أسّس فيه الهندسة عـلى أسـس منطقية وبناها على مجموعة من الأفكار العامّة وخمس مسلمات أساسـية هـي مـا يُسمّى بالهندسة الإقليدية والتي تدرس حتى الآن في مدارسنا.

وإلى جانـب الهندسـة المسـتوية والهندسـة المجسّـمة تضـمّن كتـاب الأصـول **معالجات جبرية عن النسب والتناسب والأعداد النسبية والغير نسبيّة وحل معادلات من الدرجة الثانية هندسياً وبعض نظريات الأعداد.**

٩- أشميدس

ولـد أرشـميدس حـوالي عـام ٢٨٧ق م ويعتقـد أنّـه قضى- وقتـاً في جامعـة الإسكندرية ويعتبر أرشميدس من أعظم الرياضيين الذين أنجبتهم البشرية.

وتروى عنه قصص كثيرة تدل على نبوغه وعبقريته مثـل مشـاركته في الـدفاع عن جزيرة سيراكيوز ضد حصار الرومـان. وقصـة اكتشـافه الـذهب الخـالص مـن الذهب المغشوش والذي اكتشف من خلالها فكرة الكثافة بينما كان يسبح في حمامـه. ويقال أنه قتل بينما كان مشغولاً في حل إحدى مسائله التي كان يرسمها على الرمـال ولأرشميدس أعمال رياضية كثيرة.

في الهندسة والجبر والحساب والمنحنيات اللولبية وحساب المثلثات وحل المعادلات السيالة وله حله الهندسي المعروف بلولب ارشميدس الذي حاول من خلاله حل مشكلة تربيع الدائرة.

وإلى أرشميدس يعود الفضل في تطوير طريقة التقريب المتتالي للمساحات التي بدأت على يد إيدوكسس وأصبحت بعد ذلك أساس حساب التكامل الحديث.

١٠ - ديوفانتس

القليل هو المعروف عن حياة ديوفانتس وجنسيته ويستنتج المؤرخين أنه عاش في القرن الأول الميلادي ومن المؤكد أنه عاش معظم حياته في الإسكندرية.

ويعتبر ديوفانتس رياضياً هامّاً في تأسيس ونمو علم الجبر.

وأهمّ أعماله كتاب (**الأرثماطيقا**) وهو يقدّم معالجة تحليلية لنظرية الأعداد الجبرية ويتضمن حل معادلات من الدرجة الأولى والثانية وحالات خاصّة من معادلات الدرجة الثالثة.

كما يتضمن حلّ معادلات غير معينة (سيالة) في متغيرين أو ثلاثة متغيرات وقد اعترف ديوفانتس في حلّ معادلاته بالأعداد الموجبة النسبية فقط وكان يكتفي بحل واحد (جذر واحد) في حلول معادلاته.

وقد استخدم ديوفانتس **الاختزال في كتابة معادلاته للتعبير عن المجهول وعن الأسس وعن عملية الطرح والمقلوب وعلاقة التساوي** حيث كان يستخدم الأحرف الأولى للكلمات الإغريقية الدالة على تلك المفاهيم.

وبذلك نقل الجبر من المرحلة اللفظية إلى مرحلة اللفظية المختلة وكانت هذه المرحلة ممهدة للرمزية الكاملة التي جاءت في القرن السادس عشر.

١١- بابوس

الذي عاش في نهاية القرن الثالث الميلادي والذي قدّم شروحاً وإضافات لرياضيات من سبقوه مثل:

- التوسع في نظرية فيثاغورث ومعالجة الأعداد الكبيرة التي اشتغل عليها أبولونيوس.

- وشرح لما جاء عن إقليدس وكتاب المجسطي لبطليموس ولولب أرشميدس.

- وتجميع الكثير من الرياضيات التي كانت معروفة قبله.

- كما كان لبابوس بعض النظريات والحلول الهندسية التي ابتكرها بنفسه.

١٢- رينيه ديكارت

ولد الفيلسوف الرياضي "رينيه ديكارت" في ٢١ مارس عام ١٥٩٦ في عائلة فرنسية رفيعة المستوى توفيت والدته بعد بضعة أيام من ولادته وكان طفلاً ضعيفاً ومريضاً تنبّأ الأطبّاء بموته في طفولته وكان أبوه يطلق عليه لقب الفيلسوف أرسله أبوه إلى إحدى المدارس حيث يدرس الأدب والمنطق والأخلاق والتاريخ.

كان يدرس ذاتياً الجبر والهندسة، وكان قارئاً نهماً يقرأ كلّ ما تقع عليه يداه من كتب وبعد ثمان سنوات من الدراسة أعلن أن الشيء الوحيد الذي اكتشفه وأصبح متأكّداً منه هو إنّه "جاهل".

في سنّ الثامنة عشرة أرسله أبوه إلى جامعة "بواتيه" Poitieves الفرنسية ليدرس القانون ليمتهن مهنة والده الذي كان محامياً وما أن حصل على الدرجة

الجامعية حتى ابتعد عن دراسة القانون ساعياً إلى فهم ذاته وفهم العالم بمنطق العقل والتفكير.

ذهب إلى باريس وقضى وقته في دراسة الرياضيات وفي سن الثانية والعشرين تطوع في الجيش حيث أرسل إلى هولندا، وهناك أطلع بالصدفة على حل مشكلة رياضية فقام بحلها مما جعله صديقاً لأحد كبار أساتذة الرياضيات هناك الذي شجّعه وأصبح له أباً روحياً وكان اسمه "بيكمان" بعد عدّة شهور أفاد ديكارت الرياضي الكبير باكتشافه "الهندسة التحليلية"، كطريقة جديدة لدراسة الهندسة من خلال التعبير عن النقطة في المستوى بزوج مرتب من الأعداد (س، ص) وتربط بينهما علاقة معينة هي التي تحدد مسار النقطة التي يمثلانها في شكل خطوط ومنحنيات.

بعد ذلك ترك ديكارت هولندا متجهاً إلى ألمانيا حيث كانت حرب الثلاثين عاماً قد بدأت وكتب في مذكراته إنه تطوع في جيش "دوق بافاريا" دون أن يعرف العدو الذي كان ضدّه وفي الشتاء كان ينام في حجرة التدفئة تطارده الأحلام التي فسّرها بأن عليه أن يبحث عن الحقيقة.

وكتب في يومياته إنه توصل إلى اكتشاف عظيم ألا وهو أن كل العلوم مترابطة فيما بينها وأنه لا يمكن فهم أي من هذه العلوم فهماً تامّاً دون الأخذ في الاعتبار المنظومة الكلية والدائرة المعرفية التي تضمها.

لا أقبل أبداً شيء على أنه حقيقة ما لم أعرف بوضوح إنه كذلك.

١- أُجزئ (أي شيء) من الصعوبات التي أفحصها إلى أكبر قدر ممكن من الأجزاء.

٢- أبدأ من الأسهل والأبسط ثم أحرك تدريجياً إلى الأكثر تعقيداً.

٣- أقوم بالفحص والمراجعات بصورة كاملة وعامة بحيث أضمن ألا يكون هناك شيء متروكاً أو مستبعداً.

تلكم هي القواعد الأربع التي كانت أساس عمله كفيلسوف وعالم في إيمانه الشديد بعظمة الخالق وقدرته.

اشتغل ديكارت بمجالات أخرى مثل الفلك والفيزياء والطبّ ولكن نبوغه كان في الرياضيات حيث يعتبر أباً ورائداً لما سمّي بالرياضيات الحديثة التي جاءت بعد ذلك.

كان ديكارت مهتماً بصحة الجسد إضافة إلى اهتمامه بالفضيلة معتبراً أنّ صحة الإنسان أكبر رأس مال للإنسان على الأرض وكان يعتقد أن الخضروات والفاكهة هي أفضل غذاء لإطالة العمر وليس لحم الحيوان.

امتدّت شهرة ديكارت من خلال نشر كتابه "البحث المستفيض في الطريقة" وأصبح له تلاميذ وأتباع كثيرون رياضياً وفلسفياً. وتلقّي دعوات وتكريمات ملكية وأميرية، قدّم له ملك فرنسا معاشاً يمكنه من العودة والعيش في فرنسا ولكنه عاد إلى هولندا ودعته أيضاً "كراستينا" ملكة السويد والتي كانت مغرمة بإحاطة نفسها بالمثقفين وأهل الفكر فقبل بعد تردد واستقبل بحفاوة من الملكة ليبني لها أكاديمية يكون هو مديرها وطلبت منه أن يقوم بتعليمها وكان ذلك يجري في حجرة كبيرة وباردة حيث كانت تبدأ الجلسات من الخامسة صباحاً حتّى الظهر وكان ديكارت مهذباً فلم يشتكي من التعب والبرودة التي تسلّلت إلى جسده النحيل ممّا أصابه بالتهاب رئوي.

وفي صباح الحادي عشر من أكتوبر عام ١٦٦٥ أطلق كلماته الأخيرة بقوله (أيتها الروح لقد ظللت أسيرة لمدّة طويلة ولقد جاءت الساعة التي تنطلقين فيها من

سجنك وأن تفكي من عقال هذا الجسد ومعاناته انفصلي عنه وانطلقي بكل البهجة والشجاعة).

وبهذه الكلمات لفظ أنفاسه الأخيرة في سنّ الثالثة والخمسين وبعد أن دُفن في استوكهولم نقل جثمانه إلى باريس، وهكذا انتهت حياة أحد عمالقة الفكر وأئمة أعمال العقل والذي كان يرى أن الحقيقة تكمن في كل زاوية وطرف كما أنّه قدم أعظم برهان يدلل به الإنسان على وجوده المتمثّل في مقولته الشهيرة:

(أنا أُفكّر إذن أنا موجود).

ثانياً: المؤلفات (الكتب)

هناك بعض الكتب الرياضية التي أثرت في تاريخ الرياضيات ومنها:

١ - كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي

المحمّد بن موسى الخوارزمي كان يعمل رئيساً لبيت الحكمة في عهد الخليفة المأمون وفي هذا الكتاب وضع الخوارزمي أصول علم الجبر وقواعده وخرج من نطاق الأمثلة المفردة إلى المعادلة العامّة التي تسهل حلّ المسائل الحسابية المتشابهة طبقاً لقاعدة معينة وظلّت كلمة الجبر على هذا العلم محتفظة بأصلها العربي في جميع اللغات الحديثة.

وعرّف الخوارزمي جميع عناصر المعادلة الجبرية كما نفهم اليوم وفكرة الأس واللوغريتمات والكمّيات السالبة والموجبة والتخيلية ومعادلات الدرجة الأولى والثانية وطرق حلّها وأهم ما ينسب إلى الخوارزمي في كتابه (الجبر والمقابلة) هو اكتشافه علم الجبر ونظرية الخطأين والذين يعتبروا أداة أساسية في التحليل العلمي والرياضي وساهم في وضع أسس العلم الحديث.

ولقد قسّم الخوارزمي كتابه إلى قسمين:

الأول: "نظري" مخصّص لإقامة حساب الجبر والمقابلة أي إنشاء مفرداته الأولية ومفاهيمه.

الثاني: حدّد أسس الطرق المنتظمة التي تسمح بإعادة صيغ مسائل العمليات الحسابية إلى أنواعها الجبرية الأساسية.

بينما عالج في الأقسام الأخيرة كيفية تطبيق هذا الحساب على المعادلات التجارية ومسح الأراضي والقياسات الهندسية والوصيات.

الأعداد وأنواعها:

يعرض الخوارزمي الأعداد وأنواعها أو المفردات الأولية أو ما نسميه الاصطلاحات في علم الجبر الحديث فحددها إلى ثلاثة أنواع جذور وأموال وعدد مفرد لا ينسب إلى جذور ولا إلى مال.

أ- الجذر: هو ما نسميه في علم الجبر مجهولاً (س) وكان علماء الجبر يسمونه (الشيء) وهو في المعادلة الحدّ المجهول.

ب- المال: وهو الجذر مضروباً في نفسه أي مربع الجذر ($س^٢$).

جـ- المفرد: هو العدد الخالي من الجذر أي الخالي من المجهول وهو العدد الملحوظ مثل ٤، ٦، ٧، وهو الحدّ المعلوم في المعادلة.

د- جزء الشيء: وهو معكوس الشيء أي معكوس الجذر ($\frac{1}{S}$).

التعريف بالمصطلحات الرياضية

كلمة الجبر: تعني نقل العدد السالب إلى الجهة الأخرى من المعادلة لتصبح موجبة.

أما المقابلة: تعني عملية حذف الكميات المتشابهة من جانبي المعادلة

مثال: مال يعادل أربعين شيئاً إلا أربعة أموال أي

س٢ = ٤٠س – ٤س٢ يقوم الخوارزمي: فأجبرها بالأربعة أموال وتردها على المال أي أجبر ٤ س٢ وزودها على المال س٢ فتصبح بالجبرة ٥س٢ ومن ثمّ تصبح المعادلة ٥س٢ = ٤٠س.

معادلات الخوارزمي:

وبعد تعين المصطلحات جذر ومال وعدد شرع الخوارزمي في بناء معادلات من الدرجة الأولى والثانية ثنائية الحدود وثلاثية الحدود المقرونة بها. فكتب يقول: فمن هذه الضروب الثلاثيّة ما يعدل بعضها بعضاً وهو كذلك أصول تعدل جذراً وأموال تعدل عدداً وجذور تعدل عدداً وبالاستنتاج نقول:

تعبير الخوارزمي	الرمز الحديث	الرمز في اللغة الأجنبية
أموال تعدل جذور	أس٢ = ب س	$ax^2 = bx$
أموال تعدل عدداً	أس٢ = جـ	$ax^2 = c$
الجذور التي تعدل عدداً	ب س= جـ	$bx = c$
أموال + جذور تعدل عدداً	أ س٢ + ب س= جـ	$ax^2 + bx = c$
أموال + عدد تعدل جذور	أ س٢ + جـ= ب س	$ax^2 + c = bx$
جذور + عدد تعدل أموالاً	ب س+ جـ= أس٢	$bx + c = ax^2$

وتمكّن الخوارزمي من حلّ هذه المعادلات عملياً بواسطة الرموز أو بدونها ولا يعتبر الخوارزمي أبرز أحد العلماء العرب وإنما أحد مشاهير العالم في العلم إذا تعدّدت جوانب نبوغه ففضلاً على أنّه واضع أساس علم الجبر الحديث ترك آثاراً مهمّة في علم الفلك وغدا (زيجة) تعد مرجعاً لأرباب هذا العلم كما اطّلع الناس على

الأرقام الهندية وأن نهضة أوروبا في العلوم ممّا أخذه عنه رياضيوها ولـولاه لكانـت تأخرت هذه النهضة.

*** تطبيق القواعد الأولية**

يكرّس الخوارزمي أربعة فصول موجزة لدراسة بعض مظاهر تطبيق القواعـد الأولية للحساب على التعبيرات الرياضـية الأكثـر بسـاطة بـدءاً بالضـربـ والجمـع والطرح والقسمة وانتهاءً بالجذر التربيعي.

في باب الضرب: وأنا مخـبرك كيـف تضرـب الأشـياء (المحاصـيل) وهـي الجـذور بعضها ببعض إذا كانت منفردة أو كان معها عدد أو مستثنى منها عدد أو كانت مستثناه من عدد ويعطى على ذلك بأمثلة برفقتها مسائل للشرح.

- كتب يقول: عشرة وشيء في مثلها وهذا معناه

(١٠+ س)(١٠+س) = ١٠٠+١٠س+ ١٠س+ س^{٢} = ١٠٠ + ٢٠س+س^{٢}

ومن زاوية أخرى (١٠ – س) (١٠ – س)= ١٠٠– ١٠س– ١٠س – س^{٢}

= ١٠٠ – ٢٠ س + س^{٢}

الجمع والنقصان : كتب يقول:

مائة ومال إلا عشرين جذراً مجموع إليه خمسون وعشرة أجذار إلا مـالين فهـو مائة وخمسون مالاً إلا عشرة أجذار وبطريقة المصطلحات نقول

(١٠٠ + س^{٢} – ٢٠س) + (٥٠ + ١٠س + س^{٢}) = (١٥٠ – س^{٢} – ١٠س)

القسمة: إن أردت أن تقسم جذر تسعة على جـذر أربعـة فنقسـم تسـعة عـلى أربعة فيكون اثنين وربع فجذورهما هو ما يصيب الواحد وهو واحد ونصـف وهـذا معناه:

$\frac{\overline{9\,b}}{4\,b} = 2\frac{1}{4}$ ثمّ $b\ \overline{2\ \frac{1}{4}} = 1\frac{1}{2}$ وبالطريقة الحديثة $= b\ \overline{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

وبالاستنتاج نقول أنّ الخوارزمي أوجد طريقة الضرب وأدرك عملية ضرب الأقواس وشرحها وبين نتيجة الضرب بشكل قاطع: فإذا كانت الآحاد التي مع العقود زائدة فالضرب الرابع زائد وإذا كانت ناقصة جميعاً فالضرب الرابع زائد أيضاً وإذا كان أحدهما ناقص فالضرب الرابع ناقص وهذا معناه:

أنّ: $- \times - = +$

$- \times + = -$

$+ \times + = +$

بدّل الخوارزمي علامة الحدّ عند نقله من أحد جانبي المعادلة إلى الجانب الآخر وبيّن كيفية إدخال الكمّيات تحت علامة الجذر وكيفية إخراجها من تحته، ونأخذ جزء من القسم العملي وهي

❖ المعاملات: البيع والشراء والإيجار والصيرفة:

عالج الخوارزمي كل النقاط السابقة ليمهد لمعالجة المعاملات التي تجري بين الناس كالبيع والشراء والتأجير يقول الخوارزمي:

أعلم أنّ المعاملات للناس كلّها من بيع وشراء وصرف وتجارة وغير ذلك على وجهين بأربعة أعداد ويلفظها السائل وهي المسعر والسعر والثمن والمثمن وبرأيه أن العدد المسعر مباين للثمن والسعر مباين للمثمن.

وأن ثلاثة أعداد منها ظاهرة معلومة وواحد منها مجهول والحلّ أن ننظر إلى

الأعداد الثلاثة الظاهرة فلا بدّ لنا منها اثنان كل واحد منها مباين لصاحبه فنضرب العددين الظاهرين المتباينين كلّ واحد منهم في صاحبه فما بلغ فاقسمه على العدد الآخر الظاهر الذي مبينه مجهول.

فما خرج لك فهو العدد المجهول الذي يسأل عنه السائل هو مباين للعدد الذي قسمت عليه فمثلاً

لك عشرة بستة فكم لك بأربعة؟

١٠هو العدد المسعر و٦ هو السعر وقوله كم لك؟ المجهول المثمن بأربعة وهي الثمن. فقاعدة الخوارزمي هي القاعدة المعروفة اليوم بالقاعدة الثلاثيّة مثال ذلك

$$10 \quad \frac{6}{4} = \frac{10 \times 4}{6} = \frac{4}{6} = 6\frac{2}{3}$$

❖ **الوصايا**

وقدّم الخوارزمي في باب الوصايا الحلول المثالية التي تساعد في عملية توزيع الإرث وحصّة توزيع الأنصبة للموص لهم من حصة ثابتة ويجري كل ذلك في ما تقره الشريعة الإسلامية.

ومما تقدّم يتبين لنا أن الخوارزمي تمكّن من تحقيق بالغ الأهمية في الميدان الرياضي بصفة عامّة والجبر بصفة خاصّة فقد استطاع الخوارزمي أن يقدم للعالم علماً يتمتّع باستقلالية تامّة ألا وهو علم الجبر.

فعلى المستوى العربي فإن معظم الذين عاصروه أو جاؤوا بعده استندوا إليه واعترفوا له بالفضل أما عن المستوى الغربي فقد أكّدوا أن جبر الخوارزمي مميّز عن المستوى الذي وجدوه عند الهنود واليونايين وأن الخوارزمي هو المؤسس والرائد في مجال علم الجبر.

❖ قيمة الكتاب

إنّ تأثير كتاب الجبر والمقابلة لدى الغربيين كان كبيراً فقد نقل هذا الكتاب إلى اللاتينية في القرن الثاني عشر وإلى الإيطالية والألمانية والإنجليزية وكان هو الأساس الذي وجد في الجامعات الغربية في القرنين الخامس عشر والسادس عشر الذي يعتمد عليه في دراسة الرياضيات.

أما على الصعيد العربي فكانت أهمية الكتاب أكثر بكثير فقد فاقت كلّ تقدير ذلك لأنه أسهم في حلّ بعض المشاكل الاقتصادية والفقهيّة والتي كانت سبباً من أسباب تأليفه.

٢ – كتاب الكافي في الحساب

يعد أحد وأهم الكتب التي ألفت في علم الحساب في القرن الخامس الهجري (الحادي عشر الميلادي) والذي ألفه هو العالم "أبو بكر محمد بن حسن الكرجي" والذي أراد أن يخصصه للموظفين ولعامّة الناس ولمن يود حساب الزكاة والوصايا أي أنه مخصص للحساب العملي وليس النظري ولعلّ هذا هو السبب الذي جعل الكتاب يستخدم أسلوب حساب اليد الذي كانت تستخدم فيه الأصابع.

ويشير الكرجي إلى سبب تأليف هذا الكتاب فيقول:

"معاشر إخواني أيدكم الله بفضله وأعانكم على طاعته قد طال تقاضيكم بالمختصر الذي سألني تصنيفه شرف أهل الفضل الأستاذ الجليل/ أبو الحسن أحمد بن علي البتي أطال الله تأييده وطالت مدافعتي به لعوائق اتصلت وموانع ترادفت، وها أنا قد جئت به الآن صفواً بلا حشو، على المثال الذي مثله والحد الذي رسمه ضامناً لما يحتاج إليه الناس على طبقاتهم في جميع معاملاتهم على اختلافها، شاكراً لنعم الله المتواصلة وآلاته المظاهرة ومصلياً على محمّد نبيه ورسوله وآله أجمعين".

❖ محتويات الكتاب❖

يبدأ الكتاب بمقدمة بسيطة يذكر فيها السبب الذي بعثه على تقديم هذا الكتاب ثمّ بعد ذلك يأخذ في ذكر أبواب الكتاب والتي تقع في (٦٩) باباً يمكن تلخيصها فيما يلي:

❖ أبواب الضرب

وتشمل باب الضرب للصحاح ثم باب ضرب الأعداد المركبة ثم ستة أبواب أخرى متنوعة في الضرب. ولعلّ السبب في البدء بأبواب الضرب أن كتب حساب اليد كانت تهمل الجمع والضرب باعتبارها عمليتين سهلتين فكانت تبدأ في العادة بفكرة المراتب ثم تنتقل منها إلى الضرب والقسمة. والقسمة تؤدي إلى الكسور والنسبة ثمّ تطبق هذه المبادئ في مسائل المعاملات والمساحة مع ذكر مبادئ الجبر للاستعانة بها في حل المجهول.

❖ أبواب الكسور

وتشمل الكسور ومخارجها، ثمّ الحديث عن النسبة وفيها يتكلّم عن النسبة إلى الصحاح ويذكر ملخّصاً عن النسبة، ثم يذكر نسبة الكسور والنسبة إلى الستين والكسور المضافة ثم يخصص باباً يذكر فيه مسائل من نسبة الكسور المفردة مع الصحاح إلى الستين وباباً آخر باسم مسائل من النسبة، ثمّ يتكلّم عن النسبة إلى الأعداد المشتركة والأوائل، ثمّ ضرب الكسور مفردة وغير مفردة.

❖ أبواب القسمة

ويشمل قسمة ما يكون فيه كسور، وقسمة الدرج وأجزائها، ثم يذكر باباً في التحويلات واستخراج الجذور وأخذ جذور المقادير التي معها كسور.

❖ **أبواب المساحات**

وتشمل أبواباً في المثلثات والدائرة وقاعاتها ومساحة ذوات الأضلاع الكثيرة ثمّ يتكلّم عن مساحة السطوح ومساحة المجسمات ومعرفة وزن الأرض.

❖ **أبواب المسائل الجبرية**

وتشمل أبواب الحساب من الضرب والقسمة والنسبة والجمع والتفريق والجبر والمقابلة.

❖ **أبواب النوادر**

وتشمل أبواب في المسائل المقترنة بالنوادر والمسائل ونوادر المساحة.

٣- كتاب مفتاح الحساب

موسوعة رياضية ظهرت في القرن التاسع الهجري (الخامس عشر الميلادي) مؤلفها "جمشيد بن مسعود الكاشي" تناول فيها الحساب بأوسع معانيه فهو يقدم مفتاحاً لحل المسائل المؤدّية إلى الحسابات المتنوعة تلبية لحاجات المحاسبين والمهندسين والرياضيين والمساحين وغيرهم.

ويعرف "الكاشي" في مقدمة الكتاب علم الحساب بأنّه: علم بقوانين استخراج المجهولات العددية من معلومات مخصوصة فموضوعه العدد وهو ما يقع في العد ويشتمل على الواحد وما يتأله منه، أي باعتبار كميته الذاتية أي بكونه غير مضاف إلى جملة يسمى صحيحاً مثل (١، ٢، ١٠، ١٥، ١٠٠) وباعتبار كميته الإضافية أي بكونه مضافاً إلى جملة يسمى كسراً والجملة المنسوبة إليها تسمى مخرجاً كالواحد من الاثنين وهو النصف والثلاثة من الخمسة وهو ثلاثة أخماس الواحد، والعدد إما مفرد أو مركب والمفرد ما وقع في مرتبة واحدة كالواحد، والاثنين، والعشرة، والتسعين، والثلاثين ألف والمرتب ما وقع في مرتبتين أو أزيد كأحد عشر-

مائة وثلاثين، والعدد أيضاً زوجاً وهو ما ينقسم بمتساويين صحيحين رغماً فرد وهو ما لا ينقسم بهما".

- **محتويات الكتاب**

يشتمل كتاب مفتاح الحساب على خمس مقالات يحتوي كل منها على الأبواب كما يلي:

- **المقالة الأولى:**

في حساب الصحاح وتشتمل على ستة أبواب.

الأول: في صور الأعداد ومراتبها.

الثاني: في التضعيف والتصنيف والجمع والتفريق.

الثالث: في الضرب وهو طلب أمثال أحد العددين بعدة الآخر ويسمّى أحدهما مضروباً والآخر مضروباً فيه.

الرابع: في القسمة وهي تحصيل عدد نسبته إلى الواحد كنسبة المقسوم إلى المقسوم عليه.

الخامس: في استخراج الضلع الأول من المضلعات.

السادس: في ميزان الأعمال وهو امتحان الحساب.

وطريقة أن نجمع مفردات العدد من غير اعتبار المراتب، وتطرح منه تسعة تسعة إلى أن يبقى تسعة أو أقل منها فما بقي فهو ميزان ذلك العدد، وميزان الضرب نضرب ميزان المضروب فيه ونطرح منه تسعة تسعة فما بقي إن خالف ميزان الحاصل تحقق خطأ العمل، وميزان القسمة يكون بضرب ميزان خارج القسمة في ميزان المقسوم عليه ونزيد عليه ميزان الباقي إن بقي شيء، ونطرح منه تسعة تسعة فالباقي ينبغي أن يكون مساوياً لميزان المقسوم عليه وكذلك ميزان الجذر.

- **المقالة الثانية:**

في حساب الكسور وتشتمل على عدة أبواب.

الأول: في تعريف الكسور وأقسامها والكسور هي كمية تنسب إلى جملة تفرض واحداً والمنسوبة إليه تسمى مخرجاً، الكسر إمّا مفرد وهو ما نسب فيه عدد صحيح أكثر من الواحد وهو إما مجرّد وإما مكرّر، وإما أن يكون الكسر مركّباً والمركب إما أن يكون معطوفاً أو مركب أو مستثنى أو مضاف.

الثاني: كيفية وضع أرقام الكسور حيث يوضع الكسر المفردة في الكتابة تحت الصحاح، والمخرج تحته وإن لم يكن صحاح يوضع الصفر مكان العدد والكسر تحته ويوضع المعطوف جانب المعطوف عليه ويفصل بينهما بخطّ.

الثالث: في معرفة التداخل والتشارك والتباين.

الرابع: في التجنيس والرفع.

الخامس: في أخذ الكسور المختلفة من مخرج واحد وهو ما يُسمّى الآن القاسم المشترك.

السادس: في أفراد الكسور المركبة.

السابع: في التضعيف والتصنيف والجمع والتفريق.

الثامن: في الضرب.

التاسع: في استخراج الضلع الأول من المضلعات.

العاشر: في تحويل كسر من مخرج إلى نوع آخر.

- **المقالة الثالثة**

في طريقة حساب المنجمين وكيفية وضعها ويشرح ما يُسمّى بحساب الجمل ويبيّن إنها ٢٨ تسعة آحاد وتسع عشرات وتسع مئات والحرف الأخير غ = ١٠٠٠.

الأول: في معرفة أرقام المنجمين وكيفية وضعها.

الثاني: في التضعيف والتصنيف والجمع والتفريق.

الثالث: في الضرب.

الرابع: في القسمة.

الخامس: في استخراج الضلع الأول من المضلعات.

السادس: في تحويل الأرقام إلى الهندية.

- **المقالة الرابعة**

في المساحة وهي تسعة أبواب.

الأول: في مساحة المثلث وأقسامه.

الثاني: في مساحة ذوات الأربعة أضلاع.

الثالث: في مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة.

الرابع: في مساحة الدائرة وأبعادهما.

الخامس: في مساحة سائر السطوح المستوية.

السادس: في مساحة السطوح المستديرة كسطوح الأسطوانات والمخروطات.

السابع: في مساحة الأجسام في المخروط الناقص.

الثامن: في مساحة بعض الأجسام من وزنه وبالعكس.

التاسع: في مساحة الأبنية والعمارات.

- المقالة الخامسة

في استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة وهو أربعة مقالات

الأولى: في الجبر والمقابلة، **الثانية**: في استخراج المجهول بالخطأين، **الثالثة**: في إيراد بعض القواعد الحسابية في استخراج المجهولات.

ويشتمل الباب الأول في الجبر والمقابلة على عشرة فصول الأول: في التعريفات، الثاني: في جمع الأجناس أي العدد والشيء والمال والكعب، الثالث: في التفريق، الرابع: في ضرب هذه الأجناس في بعضها، الخامس: في قسمة هذه الأجناس بعضها على بعض، السادس: في استخراج هذه الأجناس والضلع الأول من سائر المضلعات، الرابعة في أمثلة مجهولات مستخرجة بالقوانين الهندسيّة.

٤- كتاب الأصول الهندسية لإقليدس

ترجمه إلى العربية "حنين بن إسحق" فأنجز بذلك عملاً عظيماً وأتاح الفرصة لكلّ من أتى بعده لكي يتعرّف على أحد فروع الرياضيات الذي يتعامل مع النقطة والخطّ والسطح والفراغ ويعني دراسة الأشكال من حيث الحجم والمساحة. وكتاب إقليدس يضم أصول كلّ ما تعرفه اليوم من الهندسة الإقليدية.

ولقد فتحت ترجمته للعربيّة الباب أمام علماء الشرق والغرب لينهلوا من معينه حتى وقتنا الحاضر.

وحظي كتاب إقليدس في الهندسة باهتمام الرياضيين العرب والمسلمين فمنهم من قام بدراسته دراسة وافية شاملة واختصره وزاد على نظرياته وتفنن في البراهين وطرق حل المسائل، ومنهم من ألّف على نسقه وابتكر مسائل هندسية جديدة لا زال بعضها يعرف حتى الآن باسم أصحابها.

ويحتوي مؤلف إقليدس (٣٠٠ ق.م) على ثلاثة عشر كتاباً يبدأ كل منها

بتحديدات المفاهيم الأساسية ثم يعرض الموضوعات والمصادرات وينتقل بعدها إلى الأحكام ومنها المبرهنات.

تعالج الكتب الستة الأولى الهندسة المسطحة وتناول الكتب الحادي عشر ـ والثاني عشر والثالث عشر الهندسة الفضائية، ويحتوي الكتاب الأول ثلاثة وعشرين تحديداً علاوة على تسع موضوعات وست مصادرات وهي تشكل أساس الهندسة الإقليدية وذلك إضافة إلى مجموعة من الأحكام المتعلقة بمفهوم التوازي.

التحاديد

يبدأ الكتاب الأول لإقليدس بعرض ثلاثة وعشرين تحديداً وسوف نستعرض بعضها:

١- النقطة هي ما ليس له أجزاء.

٢- الخطّ وهو طول دون عرض.

٣- أطراف الخطّ وهي نقاط.

٤- المستقيم وهو قائم بالتساوي على نقاطه.

٥- السطح وهو ما ليس له غير الطول والعرض.

٦- أطراف السطح هي خطوط.

٧- المسطّح هو سطح قائم بالتساوي على كل خطوطه المستقيمة.

وصولاً إلى التحديد رقم ٢٣ وهو

٢٣- المتوازيان هما خطّان مستقيمان موجودان في نفس المسطّح عند مدهما إلى ما لا نهاية من جهة وأخرى فهما لا يلتقيان من جهة ولا أخرى.

لا شكّ بأن هذه التحدّيدات تأتي من تصور أكيد للفضاء الملموس وأشيائه فإنها تستعمل مفاهيم تعتبرها أولية في حين أن هذه المفاهيم تفتقد إلى التحديد

الدقيق أيضاً ولذلك فإن هذه التحديدات ليست فعلية بالمعنى المطلق وإنها ترتكز إلى الحدس وتعبر عن وصف "لكائنات هندسية".

❖ **الموضوعات (المفاهيم المشتركة):**

١- المقادير المساوية لنفس المقدار متساوية في ما بينها.

٢- إن إضافة مقادير متساوية إلى مقادير متساوية أخرى يـؤدي إلى الحصـول عـلى مقادير متساوية.

٣- إن اقتطاع مقادير متساوية من مقادير متساوية أخرى يؤدي إلى الحصـول عـلى مقادير متساوية.

٤- إن إضافة مقادير متساوية إلى مقـادير غـير متسـاوية يـؤدي إلى الحصـول عـلى مقادير غير متساوية.

٥- إن اقتطاع مقادير متساوية من مقادير غـير متسـاوية يـؤدي إلى الحصـول عـلى مقادير غير متساوية.

٦- المقادير التي تمثل ضعفين لنفس المقدار تكون متساوية فيما بينها.

٧- المقادير التي تمثل ضعف مقدار ما تكون متساوية فيما بينها.

٨- المقادير التي تمثل نصف مقدار ما تكون متساوية فيما بينها.

٩- الكلّ أكبر من الجزء.

مصادر إقليدس:

المصادرة الأولى: من كل نقطة يمكن أن يمد مستقيم إلى أي نقطة ثابتة.

المصادرة الثانية: كل مستقيم قابل للمدّ إلى ما لا نهاية.

المصادرة الثالثة: من أي مركز كان وبأي مسافة كانت يمكن تكوين دائرة.

المصادرة الرابعة: كل الزوايا القائمة متساوية فيما بينهما.

المصادرة الخامسة: إذا وقع مستقيم على مستقيمين وكان مجموع الزاويتين الداخليتين على جهة واحدة من القاطع أقل من زاويتين قائمتين، وإذا مدّ المستقيمان بغير حدّ فإنهما يلتقيان في الجهة التي يكون فيها مجموع الزاويتين أقلّ من زاويتين قائمتين.

٥- كتاب الباهر

في الحساب والجبر وعلاقتهما بالهندسة "للسموّ آل بن يحيى المغربي" وقد جمع السمو آل في هذا الكتاب أصول علم الجبر والمقابلة والحساب وبرهن ما لم يجد أحد أن يبرهن عليه، وكمله بأعمال مبتكرة وأشكال مبتدعة مما كان في أيدي الناس من العلوم، وعلل في ما زعم فيثاغورث أنه أدركه بطريق الوحي، وقسمه إلى أربع مقالات، تنفرد كل واحدة منها بمعني وقد سبق السموّ آل إلى الكتابة في الحساب والجبر والهندسة عدد كبير.

❖ ثالثاً قراءات إثرائيّة

١- قاعدة تقسيم الغرماء

وهي قاعدة خاصّة بحساب أسهم الديون من أجمالي أسهم تركة الميّت وهي تعتمد على ضرب قيمة دين كلّ واحد من الدائنين في قيمة التركة، وقسمة حاصل الضرب على مجموع الديون فيكون خارج القسمة هو نصيب صاحب المضروب في التركة وقد شرح بهاء الدين العاملي في كتابه خلاصة الحساب وصفاً تفصيلياً لقاعدة تقسيم الغرماء ويمكن توضيحها بهذا المثال:

لو أردنا أن نحسب نصيب ثلاثة من الدائنين لرجل مات عن تركة مقدارها عشرين ديناراً وكان مجموع الديون ثلاثون ديناراً مقسّمة بالشكل التالي: الدائن الأول له ثمانية دنانير، والدائن الثاني له عشرة دنانير والدائن الثالث له اثنا عشر ديناراً.

التركة ٢٠

أ	٨	١٠	١٢
ب	١٦٠	٢٠٠	٢٤٠
ج	٥	٦	٨
د	كسر ١٠	كسر ٢٠	

الديون ٣٠

طريقة الحساب

ترسم لوحة كما بالشكل الموضّح حيث تكون الديون في مربع من مربعات الصفّ الأول (أ) ثمّ نضرب قيمة التركة في قيمة كلّ دين من الديون ثمّ يوضع حاصل الضرب في الصفّ الثاني (ب) ثمّ يقسم حاصل الضرب على مجموع الديون (٣٠) وما ينتج عن تلك القسمة من المقادير يوضع في الصفّ الثالث (ج) ثمّ يوضع الباقي من الكسور في الخلّية التي تحت النصيب لكلّ دين (د).

على ما سبق يكون نصيب كلّ واحد كما يلي:

صاحب الثمانية يكون له خمسة دنانير وثلث (ناتج قسمة ١٦٠÷ ٣٠ والباقي ١٠÷٣٠)

صاحب العشرة يكون له ستة دنانير وثلثان (ناتج قسمة ٢٠٠÷٣٠ والباقي ٢٠÷٣٠)

صاحب الإثني عشر يكون له ثمانية دنانير (ناتج قسمة ٢٤٠÷٣٠ ولا يوجد باقي)

٢- المربعات السحرية

اهتمّ الرياضيون المسلمين اهتماماً بالغاً بالمربعات السـحرية كنـوع مـن أنـواع التسلية والرياضة العقلية مثل لغة الكلمات المتقاطعة.

وعمل (إخوان الصفا) في مجال المربعـات السـحرية الثلاثيّـة والخانـات التـي مجموع ثلاثة أعداد منها طولاً وعرضاً وقطراً يكون (١٥).

٦	٧	٢
١	٥	٩
٨	٣	٤

ولقد أولى ثابت بن قرّة المربعات السحرية عناية كبيرة حيث توصّل إلى معادلة عامّة للمربعات السحرية وصاغها بالشكل الآتي

$$ج = \frac{(ن^2 + 1)}{2}$$

حيث أنّ (ن) عدد الأعمدة أو الصفوف و (ج) مجموع الأرقـام في أي عمـود أو صف أو قطر.

مثال: كون من الأرقام مربعاً سحرياً يكون عدد صفوفه وأعمدته أربعة

الطريقة: $ج = \frac{(16+1)\,4}{2} = ٣٤$

٤	١٤	١٥	١
٩	٧	٦	١٢
٥	١١	١٠	٨
١٦	٢	٣	١٣

يوضع في كلّ من الأعمدة أو الصفوف أو القطرين من الأرقام ما مجموعه ٣٤

٣- أرقام عجيبة

عالم الأرقام مليء بالغرائب، ومنها أسماء الأرقام نفسها والتي يحددها عدد الأصفار على يمين الرقم وإذا كنت تعرف أن

المليون	(واحد) وعلى يمينه ٦ أصفار
المليار	(واحد) وعلى يمينه ٩ أصفار
البليون	(واحد) وعلى يمينه ١٢ صفر
البليار	(واحد) وعلى يمينه ١٥ صفر
التريليون	(واحد) وعلى يمينه ٢١ صفر
الكزيليون	(واحد) وعلى يمينه ٢٤ صفر
الكزيليار	(واحد) وعلى يمينه ٢٧ صفر
السنكليون	(واحد) وعلى يمينه ٣٠ صفر
السيزليون	(واحد) وعلى يمينه ٣٦ صفر
السبتلون	(واحد) وعلى يمينه ٤٨ صفر
التغليون	(واحد) وعلى يمينه ٥٤ صفر
الدشليون	(واحد) وعلى يمينه ٦٠ صفر
الدشليار	(واحد) وعلى يمينه ٦٣ صفر

هذه الأرقام لا تعرفها بالتأكيد ومن الممكن أنّك لم تسمع عنها من قبل وقد لا تتعامل مع هذه الأرقام أبداً ولكن ما المانع أن تعرفها من باب العلم بالشيء.

مراجع الجزء الثاني

أولاً المراجع العربية

١. إسماعيل محمد الأمين محمد الصادق: طرق تدريس الرياضيات، نظريات وتطبيقات، ١. ط١، دار الفكر العربي، القاهرة، ٢٠٠١.

٢. أحمد فؤاد باشا: التراث العلمي للحضارة الإسلاميّة ومكانته في تاريخ العلم والحضارة، دار المعارف، ط٢، ١٩٨٤.

٣. أنيس مرسي حسن جابر: عباقرة التاريخ، مكتبة نيسان، ط١، ١٩٩٤.

٤. هزار جابر: تاريخ العلوم عند العرب، طبعة أيلول ، دار مصباح للنشر، ١٩٨٦.

٥. توفيق يوسف الواعي: الحضارة الإسلاميّة مقارنة بالحضارة الغربية، دار الوفاء للطباعة والنشر والتوزيع، ط١، ١٩٩٨.

٦. حسن علي سلامة: طرق تدريس الرياضيات بين النظرية والتطبيق، دار الفجر للنشر والتوزيع، ط١، ١٩٩٥.

٧. عبد التوّاب يوسف: الحضارة الإسلاميّة بأرقام غربية وعربيّة، الدار المصرية اللبنانيّة.

٨. قدري حافظ طوقان: العلوم عند العرب، دار اقرأ، ط٢، ١٩٨٣.

٩. كامل حمودة: تاريخ العلوم عند العرب، دار الفكر اللبناني، ط١، ١٩٩٠

١٠. مصطفى عبد الحفيظ مصطفى: فاعلية استخدام إستراتيجية مقترحة لتنمية الإبداع في الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعداديّة، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، بنها، جامعة الزقازيق، ١٩٩٦

١١. مصطفى محمود سليمان: تاريخ العلوم والتكنولوجيا، الهيئة المصرية العامّة للكتاب، ١٩٩٥.

١٢. وليم عبيد، عبد العظيم أنيس: مقدمة في تاريخ الرياضيات، برنامج تأهيل معلمي المرحلة الابتدائية للمستوى الجامعي ٢٠٠٢- ٢٠٠٣.

١٣. وليم عبيد: ليلة زفاف النقطة إلى العدد مجلة أون، كلية التربية جامعة عين شمس.

١٤. ـــــــــ: تعليم الرياضيات لجميع الأطفال، ط١، دار المسيرة، الأردن، ٢٠٠٥.

١٥ – www.alnoor-world.com

١٦ – .arableagueanlime.org

١٧ – Eslamset.com

١٨ – .Eslam-online.com

١٩ – www.Google.com

٢٠ – www.mtc.org.com

٢١ – www.Muslimscience.٨c.com

٢٢ – www.Rowad.al-islam.com

طرق تعليم الرياضيات وتاريخ تطورها

عزيزي القارئ .....

لم يعد تعليم الرياضيات رهنا بقدرة المتلقي على الاستيعاب فحسب ، ولكنه مع تقدم الخبرات البشرية وتطور النظريات التربوية ، أصبح منظومة متكاملة لها أهدافها واستراتيجياتها وطرق تعليمها وتقويمها . لذا كان من الضروري أن نقدم في هذا العمل المتواضع عناصر تلك المنظومة والتي تضمنت : أهداف تعليم الرياضيات وكيفية التخطيط لدروسها ، وطرق واستراتيجيات تعلمها، وكذلك أساليب تقويم تعلمها. بالإضافة الى الإشارة الى مراحل تطور تاريخ الرياضيات، والطرق التاريخية لحل بعض المسائل الرياضية وأهم الشخصيات والمؤلفات في تاريخ الرياضيات. وذلك من خلال أسلوب سلس وبسيط يساعد القارئ على الربط بين الموضوعات في سهولة ويسر .

راجين من الله عز وجل أن يعلمنا ما ينفعنا وأن ينفعنا بما علمنا

والله من وراء القصد ، وهو الهادي الى سواء السبيل

د. فاطمة عبد السلام أبو الحديد









المملكة الأردنية الهاشمية - عمّان - شارع الملك حسين
مجمع الفحيص التجاري - هاتف : 4611169 6 962+
تلفاكس: 4612190 6 962+ ص.ب 922762 عمّان 11192 الأردن
E-mail: safa@darsafa.net www.darsafa.net